ARCHÉOLOGIE DU CAPES MATHS

Quelques listes des leçons d'oral 1 de 1994 à 2013
et liste de l'oral 2 de 2002

Dany-Jack Mercier

6 novembre 2019

ORAL 1, session 94

Titres des exposés

01. Cardinal de l'ensemble A_p des p-listes d'éléments d'un ensemble fini A. Dénombrement des arrangements et des permutations. Exemples de situations dont l'étude se ramène aux cas précédents.

02. Dénombrement des combinaisons. Exemples de situations dont l'étude se ramène à ce cas.

03. Formule du binôme : propriétés des coefficients binomiaux. Applications.

04. Description mathématique d'une expérience aléatoire : ensemble des événements élémentaires, événements, probabilité (on se limitera au cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini).

05. Probabilité conditionnelle ; indépendance de deux événements (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini). Applications à des calculs de probabilités.

06. Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini. Loi de probabilité. Espérance mathématique, variance. Exemples.

07. Schéma de *Bernoulli*, épreuves répétées, description à l'aide d'une variable aléatoire. Espérance mathématique. Exemples.

uari0001 08. Division euclidienne dans **N** et **Z**. Application à l'arithmétique.

uari0002 09. PGCD et PPCM de deux entiers naturels. Nombres premiers entre eux. Applications.

uari0003 10. Nombres premiers ; existence et unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Infinitude de l'ensemble des nombres premiers. Exemple(s) d'algorithme(s) de recherche de nombres premiers.

11. Fonctions polynômes à une variable ; critère pour qu'une telle fonction soit nulle. Degré, factorisation par $x - a$. Applications.

12. Fonction polynôme du second degré, mise sous forme canonique. Application à l'étude du sens de variation et à la représentation graphique de la fonction. Application : équations et inéquations du second degré.

13. Somme et produit des racines d'une équation du second degré. Exemples d'applications en algèbre, en géométrie ou en analyse.

usyl0001 14. Description de l'étude des systèmes linéaires par opérations élémentaires sur les lignes (méthode du pivot). Exemples.

15. Introduction du corps des complexes ; propriétés (conjugaison, interprétations géométriques).

16. Module d'un nombre complexe ; nombres complexes de module 1. Argument d'un nombre complexe non nul, notation $e^{i\theta}$.

17. Etude de la fonction $t \mapsto e^{it}$ de **R** dans **C** ; définition de e^{at}, a appartenant à **C**. Applications.

unac0001 18. Racines n-ièmes d'un nombre complexe. Interprétation géométrique ; applications.

unac0002 19. Module et argument d'un nombre complexe ; interprétation géométrique, lignes de niveau associées. Applications.

usim0001 20. Représentation géométrique des nombres complexes ; interprétation géométrique des applications $z \mapsto z + b$, $z \mapsto az$ et $z \mapsto \bar{z}$ où a et b appartiennent à **C**, a non nul. Exemples d'application à l'étude de configurations géométriques du plan.

usim0002 21. Etude des transformations du plan complexe de la forme $z \mapsto az + b$, où a et b appartiennent à **C**, a non nul. Exemples d'application à l'étude de configurations et de tranformations en géométrie plane.

ueaa0001 22. Emploi du calcul vectoriel pour l'étude des droites et des plans dans l'espace (génération, parallélisme, points alignés, points coplanaires...).

23. Projection affine dans le plan et dans l'espace, projection vectorielle associée, configuration de Thalès ; propriétés et applications.

24. Représentations paramétriques d'une droite dans le plan. Génération des demi-droites, des segments. Equations cartésiennes. Parallélisme, orthogonalité.

25. Droites et plans dans l'espace. Equations ; positions relatives ; plans contenant une droite donnée.

26. Interprétation du calcul vectoriel dans le langage des configurations (parallélogramme, configuration de *Thalès*...) et dans celui des transformations ; applications.

27. Caractérisation des translations et des homothéties du plan par leur effet sur les vecteurs. Applications.

28. Recherche des homothéties ou des translations du plan tranformant une configuration usuelle donnée en une autre : segments, carrés, cercles... Applications.

29. Homothétie plane ; tranformation vectorielle associée. Invariants élémentaires : effet sur les directions, l'alignement, les distances... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

30. Etude de l'ensemble des transformations du plan conservant les angles orientés de vecteurs et les rapports de longueurs.

31. Réflexion du plan échangeant deux points donnés ; médiatrice, régionnement associé. Applications au triangle et au cercle (cercle circonscrit, angle inscrit...).

32. Réflexions du plan échangeant deux droites concourantes données, bissectrices. Applications au triangle et au cercle (cercle inscrit, tangentes à un cercle...).

33. Relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle. Applications.

34. Propriétés caractéristiques des parallélogrammes ; caractérisation des rectangles, des losanges, des carrés.

35. Recherche des isométries du plan conservant un parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré (ou ordre inverse).

utri0001 36. Droites remarquables dans le triangle : médiatrices, hauteurs, médianes, bissectrices...

37. Réflexions et rotations du plan. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles, l'alignement. Application à l'action sur les configurations usuelles.

38. Projection orthogonale sur une droite du plan, projection vectorielle associée. Applications (calculs de distances et d'angles, optimisation...).

39. Définition et propriétés du produit scalaire dans le plan ; expression dans une base orthonormale, application au calcul de distances et d'angles.

40. Le cercle : définition, équation. Positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. Propriétés angulaires.

41. Théorème de l'angle inscrit : ensemble des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = a$ modulo 2π, ou modulo π. Cocyclicité. Applications.

42. Relations métriques et trigonométriques fondamentales dans le triangle. Applications.

43. Projection orthogonale sur un plan de l'espace, projection vectorielle associée. Exemples d'effet d'une telle projection sur une configuration de l'espace.

44. Applications du produit scalaire et du produit vectoriel dans l'espace orienté : calculs de distances, angles...

45. Courbes définies par des équations paramétriques dans le plan. Vecteur dérivé et tangente ; interprétation cinématique.

46. Etude de l'application $M \longmapsto \sum_{j=1}^{n} a_j \overrightarrow{MA_j}$. Définition et propriétés du barycentre de n points pondérés. Associativité de la barycentration ; application à la détermination de barycentres attachés à des configurations usuelles du plan et/ou de l'espace.

47. Dans le plan, étude de la fonction $M \longmapsto \sum_{j=1}^{n} a_j MA_j{}^2$ et de ses lignes de niveau. En particulier, transformation de $MA^2 + MB^2$ et $MA^2 - MB^2$; interprétation géométrique.

48. Composées d'homothéties et de translations du plan. Relation vectorielle caractéristique. Invariants élémentaires : effet sur les directions, les distances, les angles... Groupe des homothéties-tranlations.

49. Composées de réflexions du plan fixant un point donné. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles... Groupe des isométries fixant un point.

50. Groupe des isométries du plan : décomposition d'une isométrie en produit de réflexions, groupe des déplacements, classification des isométries à partir de l'ensemble des points invariants.

51. Composée d'une homothétie de rapport positif et d'une rotation de même centre ; effet sur les distances, conservation des angles orientés. Similitudes directes. Ecriture complexe. Groupe des similitudes directes.

52. Recherche des isométries du plan conservant un polygone régulier ; exemples (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone...).

53. Orthogonalité dans l'espace ; droites orthogonales ; droite orthogonale à un plan ; plans perpendiculaires ; applications.

54. Homothéties et translations dans l'espace ; tranformation vectorielle associée. Invariants élémentaires : effet sur les directions, l'alignement, les distances... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

55. Réflexion de l'espace échangeant deux points donnés ; plan médiateur, régionnement associé. Etude des isométries de l'espace ayant une droite de points invariants.

56. Réflexions et rotations de l'espace. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

57. Recherche des isométries de l'espace conservant un tétraèdre régulier ; cas des déplacements.

58. Définitions de la parabole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions. Constructions de la tangente et de la normale en un point.

59. Définitions de l'ellipse, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.

60. Définitions de l'hyperbole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.

61. Méthodes d'obtention et de construction géométrique de la tangente en un point à une ellipse.

62. Méthodes d'obtention et de construction géométrique de la tangente en un point à une hyperbole.

63. Exemples de représentation paramétrique des coniques ; constructions de la tangente et de la normale en un point à une parabole, une ellipse, et une hyperbole.

64. L'ellipse en tant qu'image du cercle (par affinité orthogonale dans le plan, par projection orthogonale dans l'espace).

65. Suites convergentes. Opérations algébriques, composition par une application continue. Comparaison de suites entre elles.

66. Suites monotones, suites adjacentes. Application à l'approximation d'un nombre réel, en particulier au développement décimal.

67. Suites divergentes. Cas des suites admettant une limite infinie : comparaison, opérations algébriques, composition par une application.

68. Etude des suites de terme général a^n, n^b et $n!$. Croissances comparées. Exemples de comparaison de suites aux suites précédentes.

69. Etude des suites définies par une relation de récurrence du type $u_{n+1} = au_n + b$: terme général, discussion selon les valeurs de a et de b, somme des premiers termes, comportement asymptotique... Exemples.

70. Limite d'une fonction en un point a de $\mathbb{R}$. Enoncés usuels : comparaison, opérations algébriques. Exemples.

71. Fonctions continues en un point ; théorèmes usuels : opérations algébriques, composition. Prolongement par continuité d'une fonction en un point. Exemples.

72. Développement limité d'ordre 1 d'une fonction en un point ; nombre dérivé. Interprétations de ce nombre. Exemples.

73. Fonctions dérivées. Opérations algébriques. Dérivée d'une fonction composée. Exemples.

74. Etude au voisinage de 0 des fonctions $x \mapsto (1+x)^2, x \mapsto (1+x)^3, x \mapsto \frac{1}{1+x}, x \mapsto \sqrt{1+x}$. Exemple d'emploi des approximations ainsi obtenues pour l'étude de grandeurs géométriques, physiques, économiques...

75. Etude au voisinage de 0 des fonctions $x \mapsto \ln(1+x), x \mapsto \exp x, x \mapsto \sin x, x \mapsto \cos x$. Applications.

76. Limite finie d'une fonction. Enoncés usuels : opérations algébriques, composition. Exemples.

77. Inégalité des accroissements finis. Exemples d'applications à l'étude de suites et de fonctions.

78. Comparaison des fonctions au voisinage d'un point : domination, prépondérance, équivalence. Exemples et applications.

79. Emploi du calcul différentiel pour l'étude de la position de la courbe représentative d'une fonction par rapport aux tangentes et aux sécantes.

80. Condition d'existence d'une fonction réciproque pour une fonction continue sur un intervalle de $\mathbb{R}$. Propriétés : continuité, dérivabilité.

81. Applications du calcul différentiel à la recherche d'extrema (maximum et minimum) d'une fonction numérique d'une variable réelle. Exemples.

82. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle ; définition et propriétés de l'intégrale, inégalité de la moyenne. Applications.

83. Intégration par parties, changements de variable affines. Exemples.

84. Définition, étude et propriétés de la fonction logarithme népérien. Exemples d'intervention.

85. Définition, étude et propriétés de la fonction exponentielle de base e. Exemples d'intervention.

86. Définition, étude et propriétés des fonctions exponentielles de base a où $a > 0$. Caractérisation de ces fonctions par leur équation fonctionnelle : $f(x+y) = f(x).f(y)$.

87. Définition, étude et propriétés des fonctions $x \mapsto x^a$, où a appartient à $\mathbb{R}$. Caractérisation de ces fonctions par leur équation fonctionnelle : $f(x.y) = f(x).f(y)$.

88. Croissance comparée des fonctions $x \mapsto e^x, x \mapsto x^a$ et $x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$. Applications.

89. Résolution des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants sans second membre. Exemples.

90. Caractérisation de la fonction exponentielle $x \mapsto \exp(ax)$ par l'équation différentielle $y' = ay$. Exemples d'intervention.

91. Caractérisation des fonctions circulaires $x \mapsto \cos(ax)$ et $x \mapsto \sin(ax)$ par l'équation différentielle $y'' + a^2y = 0$ et des conditions initiales. Exemples d'intervention.

92. Transformation de l'expression $a\cos x + b\sin x$. Etude des fonctions $x \mapsto a\cos x + b\sin x$. Applications.

CAPES 1995
ORAL 1

× 01. Cardinal de l'ensemble A^p des p–listes d'éléments d'un ensemble fini A. Dénombrement des arrangements et des permutations. Exemples de situations dont l'étude se ramène aux cas précédents.

× 02. Coefficients binomiaux. Dénombrements de combinaisons. Formule du binôme. Applications.

upro0001 • 03. Description mathématique d'une expérience aléatoire : ensemble des événements élémentaires, événements, probabilité (on se limitera au cas où l'ensemble d'événements élémentaires est fini).

upro0001 • 04. Probabilité conditionnelle; indépendance de deux événements (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini). Applications à des calculs de probabilités.

upro0001 • 05. Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini. Loi de probabilité. Espérance mathématique, variance. Exemples.

upro0001 • 06. Schéma de Bernoulli, épreuves répétées, description à l'aide d'une variable aléatoire, espérance mathématique. Exemples.

07. Séries statistiques à deux variables numériques. Nuage de points associé. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droite de régression.

× • 08. Division euclidienne dans $\mathbb{Z}$. Application à l'arithmétique.

cann02 09. Congruences dans $\mathbb{Z}$. Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

× • 10. PGCD et PPCM de deux entiers naturels. Nombres premiers entre eux. Applications.

• 11. Nombres premiers; existence et unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Infinitude de l'ensemble des nombres premiers. Exemple(s) d'algorithme(s) de recherche de nombres premiers.

• 12. Introduction du corps des complexes. Propriétés; exemples d'utilisation en géométrie.

13. Étude de la fonction $t \mapsto e^{it}$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{C}$; définition de e^{at}, a appartenant à $\mathbb{C}$. Applications.

× • 14. Racines n–ièmes d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Applications.

× • 15. Module et argument d'un nombre complexe; interprétation géométrique, lignes de niveau associées. Applications.

× • 16. Représentation géométrique des nombres complexes; interprétation géométrique des applications $z \mapsto z + b$, $z \mapsto az$ et $z \mapsto \bar{z}$ où a et b appartiennent à $\mathbb{C}$, a non nul. Exemples d'application à l'étude de configurations géométriques du plan.

× 17. Fonction polynôme du second degré à coefficients réels. Mise sous forme canonique; application à l'étude du sens de variation et à la représentation graphique de la fonction. Équations et inéquations du second degré.

× = déjà traité
• = j'ai la leçon de prête
M = Mercier
D = Delcroix

× • 18. Résolution de systèmes linéaires par opérations élémentaires sur les lignes (méthode du pivot). Exemples.

× 19. Définition vectorielle d'une droite du plan. Représentations paramétriques. Génération des demi–droites, des segments. Parallélisme. Orthogonalité.

• 20. Théorème de Thalès et proportionnalité des longueurs. Projection dans le plan et dans l'espace, caractère affine des projections.

[ceaa 03] 21. Équation cartésienne d'une droite du plan. Problèmes d'intersection, parallélisme. Condition pour que trois droites soient concourantes.

22. Équation cartésienne d'un droite du plan euclidien. Application à l'étude d'inéquations de la forme $a \cos t + b \sin t > c$.

× • 23. Homothéties et translations; transformation vectorielle associée. Invariants élémentaires : effet sur les directions, l'alignement, les distances... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

× 24. Étude de l'ensemble des transformations du plan conservant les angles orientés de vecteurs et les rapports de longueurs.

× • 25. Réflexion du plan échangeant deux points donnés; médiatrice, régionnement associé. Applications au triangle et au cercle (cercle circonscrit, angle inscrit...).

× 26. Réflexions du plan échangeant deux droites concourantes données, bissectrices. Applications au triangle et au cercle (cercle inscrit, tangentes à un cercle...).

× 27. Recherche des isométries du plan conservant un carré, un losange, un parallélogramme, un rectangle (dans l'ordre que l'on voudra).

× • 28. Droites remarquables du triangle : bissectrices, hauteurs, médianes, médiatrices... (dans l'ordre que l'on voudra).

× 29. Réflexions et rotations du plan. Invariants élémentaires : effet sur les distances, l'alignement, les angles. Application à l'action sur les configurations usuelles.

× 30. Projection orthogonale sur une droite du plan, projection vectorielle associée. Applications (calculs de distances et d'angles, optimisation...).

× 31. Définition et propriétés du produit scalaire dans le plan; expression dans une base orthonormale. Application au calcul de distances et d'angles.

× 32. Le cercle. Positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. Point de vue géométrique et point de vue analytique. Lien entre les deux points de vue.

ccoc01 • 33. Théorème de l'angle inscrit : ensemble des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = a$ modulo 2π, ou modulo π. Cocyclicité. Applications.

× 34. Relations métriques et trigonométriques dans le triangle. Applications.

× 35. Applications du produit scalaire et du produit vectoriel dans l'espace orienté : calculs de distances, d'aires, de volumes, d'angles...

× 36. Étude de l'application $M \longmapsto \sum_{j=1}^{n} a_j \overrightarrow{MA_j}$. Définition et propriétés du barycentre de n points pondérés. Associativité de la barycentration; application à la détermination de barycentres attachés à des configurations usuelles du plan et/ou de l'espace.

× 37. Dans le plan, étude de la fonction $M \longmapsto \sum_{j=1}^{n} a_j MA_j{}^2$ et de ses lignes de niveau. Transformation de $MA^2 + MB^2$ et $MA^2 - MB^2$. Interprétations géométrique et/ou mécanique.

× 38. Composées d'homothéties et de translations du plan. Relation vectorielle caractéristique. Invariants élémentaires : effet sur les directions, les distances, les angles... Groupe des homothéties–translations.

× 39. Groupe des isométries du plan : décomposition d'une isométrie en produit de réflexions, groupe des déplacements, classification des isométries à partir de l'ensemble des points invariants.

× 40. Composée d'une homothétie de rapport positif et d'une rotation de même centre: effet sur les distances, conservation des angles orientés. Similitudes directes. Écriture complexe. Groupe des similitudes directes.

× 41. Recherche des isométries du plan conservant un polygone régulier; exemples (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone...).

42. Droites et plans dans l'espace. Equations. Positions relatives; plans contenant une droite donnée.

43. Orthogonalité dans l'espace : droites orthogonales, droite orthogonale à un plan. plans perpendiculaires. Applications.

44. Projection orthogonale sur un plan de l'espace; projection vectorielle associée. Exemples d'effet d'une telle projection sur une configuration de l'espace.

45. Réflexion de l'espace échangeant deux points donnés; plan médiateur, régionnement associé. Etude des isométries de l'espace ayant une droite de points invariants.

× 46. Réflexions et rotations de l'espace. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

47. Courbes définies par des équations paramétriques dans le plan. Vecteur dérivé et tangente; interprétation cinématique.

48. Définitions de la parabole, géométriquement et par équation réduite; équivalence entre ces définitions. Constructions de la tangente et de la normale en un point.

× 49. Définitions de l'ellipse, géométriquement et par équation réduite; équivalence entre ces définitions.

50. Définitions de l'hyperbole, géométriquement et par équation réduite; équivalence entre ces définitions.

51. Exemples de représentation paramétrique des coniques; constructions de la tangente et de la normale en un point à une parabole, une ellipse, une hyperbole.

× thème 52. Suites monotones, suites adjacentes. Application à l'approximation d'un nombre réel, au développement décimal.

D × 53. Suites convergentes. Opérations algébriques, composition par une application continue. Comparaison de suites entre elles.

cf Crouzeix Hassan (BU SR) 54. Accélération de la convergence pour une suite réelle : méthode de Richardson–Romberg. Exemples.

D × 55. Suites divergentes. Cas des suites admettant une limite infinie : comparaison, opérations algébriques, composition par une application.

56. Étude des suites de terme général a^n, n^b et $n!$. Croissances comparées. Exemples de comparaison de suites aux suites précédentes.

57. Étude de suites de nombres réels définis par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale.

D × 58. Étude des suites définies par une relation de récurrence du type $u_{n+1} = au_n + b$: terme général, discussion selon les valeurs de a et de b, somme des premiers termes, comportement asymptotique... Exemples.

D × 59. Limite d'une fonction à valeurs réelles ou complexes en un point a de $\mathbb{R}$. Opérations algébriques sur les limites. Exemples.

D × 60. Fonctions à valeurs réelles ou complexes continues en un point a de $\mathbb{R}$. Opérations algébriques, composition. Prolongement par continuité d'une fonction en un point. Image d'une suite convergente par une fonction continue.

D × 61. Image d'un intervalle par une fonction continue, image d'un segment. Continuité de la fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle.

D ? 62. Approximation d'une solution d'une équation numérique réelle par la méthode de Newton. Exemples.

63. Approximation d'une solution d'une équation numérique réelle par la méthode d'ajustement linéaire. Exemples.

64. Croissance comparée des fonctions $x \mapsto e^x$, $x \mapsto x^a$ et $x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$. Applications.

D × 65. Fonctions dérivées. Opérations algébriques. Dérivée d'une fonction composée. Exemples.

66. Développements limités, opérations sur les développements limités.

67. Applications du calcul différentiel à la recherche d'extremums (maximum et minimum) d'une fonction numérique d'une variable réelle. Exemples.

68. Comparaison des fonctions au voisinage d'un point : domination, prépondérance, équivalence. Exemples et applications.

69. Emploi du calcul différentiel pour l'étude locale de la position de la courbe représentative d'une fonction par rapport aux tangentes et aux sécantes.

70. Théorème de Rolle. Applications.

71. Inégalité des accroissements finis. Exemples d'applications à l'étude de suites et de fonctions.

72. Définition, étude et propriétés des fonctions $x \mapsto x^a$, où a appartient à $\mathbb{R}$. Caractérisation de ces fonctions par leur équation fonctionnelle : $f(x.y) = f(x).f(y)$.

73. Définition, étude et propriétés des fonctions exponentielles de base a où $a > 0$. Caractérisation de ces fonctions par leur équation fonctionnelle : $f(x+y) = f(x).f(y)$.

74. Caractérisation de la fonction exponentielle par l'équation différentielle $y' = ay$ et une condition initiale. Applications.

[ceql02] 75. Caractérisation des fonctions circulaires par l'équation différentielle $y'' + a^2\, y = 0$ et des conditions initiales. Applications.

[ceql02] 76. Résolution des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants sans second membre. Exemples.

77. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle; définition et propriétés de l'intégrale, inégalité de la moyenne. Applications.

78. Intégration par parties, exemples de changements de variable. Applications.

[cFon0004] 79. Encadrement des zéros et encadrement de l'intégrale définie d'une fonction convexe sur un segment.

80. Calcul de valeurs approchées d'une intégrale définie par la méthode de Simpson.

81. Étude de l'application définie, pour tout nombre réel x, par $x \mapsto \displaystyle\int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{1+t^2}$. Application à une définition des fonctions trigonométriques.

111DJM / Faits ou prévus par Nakoulima

Liste des exposés (première épreuve orale)

/ 01. Cardinal de l'ensemble A^p des p-listes d'éléments d'un ensemble fini A. Dénombrement des arrangements et des permutations. Exemples de situations dont l'étude se ramène au cas précédent.

02. Coefficients binomiaux, dénombrement des combinaisons, formule du binôme. Applications.

03. Description mathématique d'une expérience aléatoire : ensemble des événements élémentaires, événements, probabilité (on se limitera au cas où l'ensemble d'événements élémentaires est fini).

/ 04. Probabilité conditionnelle ; indépendance de deux événements (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini). Applications à des calculs de probabilité.

05. Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini. Loi de probabilité. Espérance mathématique, variance. Exemples.

/ 06. Schéma de Bernoulli, épreuves répétées, description à l'aide d'une variable aléatoire, espérance mathématique. Exemples.

07. Séries statistiques à deux variables numériques. Nuage de points associé. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression. Applications. (c)

08. Division euclidienne dans $\mathbb{Z}$, unicité du quotient et du reste. Applications à l'arithmétique.

09. Congruences dans $\mathbb{Z}$. Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

10. PGCD et PPCM de deux entiers naturels. Nombres premiers entre eux. Applications. (c)

11. Nombres premiers ; existence et unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Infinitude de l'ensemble des nombres premiers. Exemple(s) d'algorithme(s) de recherche de nombres premiers. (c)

12. Construction du corps $\mathbb{Q}$ des rationnels.

13. Introduction du corps $\mathbb{C}$ des complexes. Propriétés.

/ 14. Définition de e^z pour $z \in \mathbb{C}$. Propriétés. Étude de la fonction $t \mapsto e^{it}$ et, plus généralement, de $t \mapsto e^{at}$, $a \in \mathbb{C}$. Applications.

15. Racines n-ièmes d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Applications.

16. Module et argument d'un nombre complexe. Interprétation géométrique, lignes de niveau associées. Applications.

17. Représentation géométrique des nombres complexes. Interprétation géométrique des applications $z \mapsto z+b$, $z \mapsto az$ et $z \mapsto \bar{z}$, où a et b appartiennent à $\mathbb{C}$, a non nul. Exemples d'application à l'étude de configurations géométriques du plan.

/ 18. Fonction polynôme du second degré à coefficients réels. Mise sous forme canonique ; application à l'étude du sens de variation et à la représentation graphique de la fonction. Équations et inéquations du second degré.

/ 19. Résolution des systèmes linéaires par opérations élémentaires sur les lignes et permutations des inconnues (méthode du pivot). Exemples.

20. Caractérisation vectorielle d'une droite du plan. Représentations paramétriques. Génération des demi-droites, des segments. Parallélisme. Orthogonalité.

21. Théorème de Thalès. Projection dans le plan et dans l'espace, caractère affine des projections.

22. Équation cartésienne d'une droite du plan. Problèmes d'intersection, parallélisme. Condition pour que trois droites soient concourantes.

23. Équation cartésienne d'une droite du plan euclidien. Application à l'étude d'inéquations de la forme $a\cos t + b\sin t > c$.

24. Homothéties et translations ; transformation vectorielle associée. Invariants élémentaires : effet sur les directions, l'alignement, les distances... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

25. Réflexion du plan échangeant deux points donnés ; médiatrice, régionnement associé. Applications au triangle et au cercle (cercle circonscrit, angle inscrit...).

26. Réflexions du plan échangeant deux droites concourantes données, bissectrices. Applications au triangle et au cercle (cercle inscrit, tangentes à un cercle...).

27. Recherche des isométries du plan conservant un carré, un losange, un parallélogramme, un rectangle (dans l'ordre que l'on voudra).

28. Droites remarquables du triangle : bissectrices, hauteurs, médianes, médiatrices... (dans l'ordre que l'on voudra).

29. Réflexions et rotations du plan. Invariants élémentaires : effet sur les distances, l'alignement, les angles. Application à l'action sur les configurations usuelles.

30. Projection orthogonale sur une droite du plan, projection vectorielle associée. Applications (calculs de distances et d'angles, optimisation...).

31. Définition et propriétés du produit scalaire dans le plan ; expression dans une base orthonormale. Application au calcul de distances et d'angles.

32. Le cercle. Positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. Point de vue géométrique et point de vue analytique. Lien entre les deux points de vue.

33. Théorème de l'angle inscrit : ensemble des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = a$ modulo 2π, ou modulo π. Cocyclicité. Applications.

34. Relations métriques dans un triangle rectangle. Trigonométrie. Applications.

35. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle quelconque. Applications.

36. Applications du produit scalaire et du produit vectoriel dans l'espace orienté : calculs de distances, d'aires, de volumes, d'angles...

37. Étude de l'application $M \mapsto \sum_{j=1}^{n} a_j \overrightarrow{MA_j}$. Définition et propriétés du barycentre de n points pondérés. Associativité ; application à la détermination de barycentres attachés à des configurations usuelles du plan, de l'espace.

38. Dans le plan, étude de la fonction $M \mapsto \sum_{j=1}^{n} a_j MA_j^2$ et de ses lignes de niveau. Transformation de $MA^2 + MB^2$ et $MA^2 - MB^2$. Interprétations géométriques, mécaniques.

39. Composées d'homothéties et de translations du plan. Relation vectorielle caractéristique. Invariants élémentaires : effet sur les directions, les distances, les angles... Groupe des homothéties-translations.

40. Groupe des isométries du plan : décomposition d'une isométrie en produit de réflexions, groupe des déplacements, classification des isométries à partir de l'ensemble des points invariants.

41. Composée d'une homothétie de rapport positif et d'une rotation de même centre ; effet sur les distances, conservation des angles orientés. Similitudes directes. Écriture complexe. Groupe des similitudes directes.

42. Recherche des isométries du plan conservant un polygone régulier ; exemples (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone...).

43. Droites et plans dans l'espace. Équations. Positions relatives ; plans contenant une droite donnée.

44. Orthogonalité dans l'espace affine euclidien : droites orthogonales, droite orthogonale à un plan, plans perpendiculaires. Applications.

45. Projection orthogonale d'un cercle sur un plan. Affinité orthogonale. Applications.

46. Réflexion de l'espace échangeant deux points donnés ; plan médiateur, régionnement associé. Étude des isométries de l'espace ayant une droite de points invariants.

47. Réflexions et rotations de l'espace. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

48. Courbes définies par des équations paramétriques dans le plan. Vecteur dérivé et tangente ; interprétation cinématique.

49. Définitions de la parabole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions. Construction de la tangente et de la normale en un point.

50. Définitions de l'ellipse, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.

51. Définitions de l'hyperbole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.

52. Exemples de représentation paramétrique des coniques ; constructions de la tangente et de la normale en un point à une parabole, une ellipse, une hyperbole.

53. Suites monotones, suites adjacentes. Application à l'approximation d'un nombre réel, au développement décimal. (c)

54. Suites convergentes. Opérations algébriques, composition par une application continue. Comparaison de suites entre elles.

55. Exemples d'accélération de la convergence pour une suite réelle. (c)

56. Suites divergentes. Cas des suites admettant une limite infinie : comparaison, opérations algébriques, composition par une application.

57. Étude des suites de terme général a^n, n^b et $n!$. Croissances comparées. Exemples de comparaison de suites aux suites précédentes. (c)

58. Étude de suites de nombres réels définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale. (c)

59. Étude des suites définies par une relation de récurrence du type $u_{n+1} = a u_n + b$: terme général, discussion selon les valeurs de a et de b, somme des premiers termes, comportement asymptotique... Exemples.

60. Limite finie d'une fonction à valeurs réelles en un point a de $\mathbb{R}$. Opérations algébriques sur les limites. Exemples.

61. Limite à l'infini d'une fonction à valeurs réelles. Branches infinies de la courbe représentative d'une fonction. Exemples.

62. Fonctions à valeurs réelles continues en un point a de $\mathbb{R}$. Opérations algébriques, composition. Prolongement par continuité d'une fonction en un point. Image d'une suite convergente par une fonction continue.

63. Image d'un intervalle par une fonction continue, image d'un segment. Continuité de la fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle.

64. Fonctions réciproques. Exemples.

65. Méthodes d'approximation d'une solution d'une équation numérique réelle. Exemples. (c)

66. Fonctions polynômes.

67. Fonctions logarithmes.

68. Fonctions exponentielles.

69. Croissance comparée des fonctions $x \mapsto e^x$, $x \mapsto x^a$ et $x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$. Applications. (c)

70. Dérivée en un point. Interprétation géométrique. Exemples.

71. Fonctions dérivées. Opérations algébriques. Dérivée d'une fonction composée. Exemples.

72. Formules de Taylor. Applications.

73. Développements limités, opérations sur les développements limités.

74. Applications du calcul différentiel à la recherche d'extremums (maximum et minimum) d'une fonction numérique d'une variable réelle. Exemples.

75. Comparaison des fonctions : domination, prépondérance, équivalence. Exemples et applications.

76. Emploi du calcul différentiel pour l'étude locale de la position de la courbe représentative d'une fonction par rapport aux tangentes et aux sécantes.

77. Fonctions convexes.

78. Théorème de Rolle. Applications.

79. Inégalité des accroissements finis. Exemples d'applications à l'étude de suites et de fonctions. (c)

80. Caractérisation des fonctions $x \mapsto x^a$, où a appartient à $\mathbb{R}$, par l'équation fonctionnelle : $f(x.y) = f(x) . f(y)$. Applications.

81. Caractérisation des fonctions exponentielles par l'équation fonctionnelle : $f(x + y) = f(x) . f(y)$. Applications.

82. Caractérisation de la fonction exponentielle $x \mapsto e^{ax}$, où a appartient à $\mathbb{R}$, par l'équation différentielle $y' = ay$ et une condition initiale. Applications.

83. Résolution des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants sans second membre. Exemples.

84. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle ; définition et propriétés de l'intégrale, inégalité de la moyenne. Applications.

85. Intégration par parties. Exemples de changements de variable. Applications.

86. Diverses méthodes de calcul approché d'intégrales définies : trapèzes, Simpson... (c)

87. Étude de l'application qui, à tout nombre réel x, associe $\int_0^x \frac{dt}{1+t^2}$. Application à une définition des fonctions trigonométriques.

(c) : calculatrice

CAPES EXTERNE DE MATHÉMATIQUES Concours 1999

Liste des exposés (première épreuve orale)

01. Utilisation d'arbres, de tableaux, de diagrammes pour des exemples simples de dénombrement. Dénombrement des arrangements et des permutations.

N 02. Coefficients binomiaux, dénombrement des combinaisons, formule du binôme. Applications.

N 03. Description mathématique d'une expérience aléatoire : ensemble des événements élémentaires, événements, probabilité (on se limitera au cas où l'ensemble d'événements élémentaires est fini).

N 04. Probabilité conditionnelle ; indépendance de deux événements (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini). Applications à des calculs de probabilité.

X 05. Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini. Loi de probabilité. Espérance mathématique, variance. Exemples.

06. Schéma de Bernoulli et loi binomiale. Exemples.

07. Séries statistiques à deux variables numériques. Nuage de points associé. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

D 08. Division euclidienne dans $\mathbb{Z}$, unicité du quotient et du reste. Applications.

D 09. Congruences dans $\mathbb{Z}$. Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

D 10. PGCD et PPCM de deux entiers naturels. Nombres premiers entre eux. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

D 11. Nombres premiers ; existence et unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Infinitude de l'ensemble des nombres premiers. Exemple(s) d'algorithme(s) de recherche de nombres premiers. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

Nouveau D 12. L'anneau $\mathbb{Z}$; sous-groupes additifs de $\mathbb{Z}$. Les idéaux de $\mathbb{Z}$ sont principaux. Égalité de Bezout. Résolution dans $\mathbb{Z}$ d'une équation de la forme $ax + by = c$.

Nouveau D 13. Nombres décimaux. Applications.

D 14. Construction du corps $\mathbb{Q}$ des rationnels.

D 15. Introduction et construction du corps $\mathbb{C}$ des complexes. Propriétés.

16. Définition de e^z pour z élément de $\mathbb{C}$. Propriétés. Étude de la fonction de variable réelle $t \mapsto e^{it}$ et, plus généralement, de $t \mapsto e^{at}$, où a est un élément de $\mathbb{C}$. Applications.

D 17. Racines n-ièmes d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Applications.

18. Module et argument d'un nombre complexe. Interprétation géométrique, lignes de niveau associées. Applications.

19. Représentation géométrique des nombres complexes. Interprétation géométrique des applications $z \mapsto z + b$, $z \mapsto az$ et $z \mapsto \bar{z}$, où a et b appartiennent à $\mathbb{C}$, a non nul. Exemples d'application à l'étude de configurations géométriques du plan.

D = réservés à Dan (30 leçons réservés au 22/1/00)
N = Faits par Nakoulima (19 leçons au 22/1/00)

20. Étude de la transformation définie dans le plan complexe par la fonction $f : z \mapsto \dfrac{z-a}{z-b}$, où a et b sont complexes ; lignes de niveau pour le module et l'argument de $f(z)$. Applications.

21. Fonction polynôme du second degré à coefficients réels. Mise sous forme canonique ; application à l'étude du sens de variation et à la représentation graphique de la fonction. Équations et inéquations du second degré. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

22. Résolution des systèmes linéaires par opérations élémentaires sur les lignes. Méthode du pivot. Exemples.

23. Caractérisation vectorielle d'une droite du plan. Représentations paramétriques. Génération des demi-droites, des segments. Parallélisme. Orthogonalité.

24. Théorème de Thalès. Projection dans le plan et dans l'espace, caractère affine des projections.

25. Équation cartésienne d'une droite du plan. Problèmes d'intersection, parallélisme. Condition pour que trois droites soient concourantes.

26. Équation cartésienne d'une droite du plan euclidien. Application à l'étude d'inéquations de la forme $a\cos t + b\sin t > c$.

27. Homothéties et translations ; transformation vectorielle associée. Invariants élémentaires : effet sur les directions, l'alignement, les distances... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

28. Réflexion du plan échangeant deux points donnés ; médiatrice, régionnement associé. Applications au triangle et au cercle (cercle circonscrit, angle inscrit...).

29. Réflexions du plan échangeant deux droites sécantes données, bissectrices. Applications au triangle et au cercle (cercle inscrit, tangentes à un cercle...).

30. Recherche des isométries du plan conservant un carré, un losange, un parallélogramme, un rectangle (dans l'ordre que l'on voudra).

31. Droites remarquables du triangle : bissectrices, hauteurs, médianes, médiatrices... (dans l'ordre que l'on voudra).

32. Réflexions et rotations du plan. Invariants élémentaires : effet sur les distances, l'alignement, les angles. Application à l'action sur les configurations usuelles.

33. Projection orthogonale sur une droite du plan, projection vectorielle associée. Applications (calculs de distances et d'angles, optimisation...).

34. Définition et propriétés du produit scalaire dans le plan ; expression dans une base orthonormale. Application au calcul de distances et d'angles.

35. Le cercle. Positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. Point de vue géométrique et point de vue analytique. Lien entre les deux points de vue.

36. Théorème de l'angle inscrit : ensemble des points M du plan tels que l'angle orienté de droites ou de demi-droites (MA,MB) soit constant. Cocyclicité. Applications.

37. Relations métriques dans un triangle rectangle. Trigonométrie. Applications.

38. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle quelconque. Applications.

39. Produit vectoriel dans l'espace euclidien orienté de dimension trois. Point de vue géométrique, point de vue analytique. Applications.

40. Applications du produit scalaire et du produit vectoriel dans l'espace orienté : calculs de

distances, d'aires, de volumes, d'angles...

41. Étude de l'application $M \mapsto \sum_{j=1}^{n} a_j \overrightarrow{MA_j}$. Définition et propriétés du barycentre de n points pondérés. Associativité ; application à la détermination de barycentres attachés à des configurations usuelles du plan, de l'espace.

42. Composées d'homothéties et de translations du plan. Relation vectorielle caractéristique. Groupe des homothéties-translations. Applications.

D 43. Groupe des isométries du plan : décomposition d'une isométrie en produit de réflexions, groupe des déplacements, classification des isométries à partir de l'ensemble des points invariants.

44. Composée d'une homothétie de rapport positif et d'une rotation de même centre ; effet sur les distances, conservation des angles orientés. Similitudes directes. Écriture complexe. Groupe des similitudes directes.

D New 45. Étude des transformations du plan euclidien qui conservent les rapports de distance.

D 46. Recherche des isométries du plan conservant un polygone régulier ; exemples (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone...).

47. Droites et plans dans l'espace. Équations. Positions relatives ; plans contenant une droite donnée.

D 48. Orthogonalité dans l'espace affine euclidien : droites orthogonales, droite orthogonale à un plan, plans perpendiculaires. Applications.

D 49. Ellipse déduite d'un cercle par affinité orthogonale dans le plan. Applications (en particulier, projection orthogonale d'un cercle sur un plan).

D 50. Réflexion de l'espace échangeant deux points donnés ; plan médiateur, régionnement associé. Étude des isométries de l'espace ayant une droite de points invariants.

51. Réflexions et rotations de l'espace. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

N 52. Courbes définies par des équations paramétriques dans le plan. Vecteur dérivé et tangente ; interprétation cinématique.

53. Définitions de la parabole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions. Construction de la tangente et de la normale en un point.

D 54. Définitions de l'ellipse, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.

55. Définitions de l'hyperbole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.

56. Exemples de représentation paramétrique des coniques ; constructions de la tangente et de la normale en un point à une parabole, une ellipse, une hyperbole.

57. Suites monotones, suites adjacentes. Application à l'approximation d'un nombre réel, au développement décimal. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

N 58. Suites convergentes. Opérations algébriques, composition par une application continue. Comparaison de suites entre elles.

59. Exemples d'accélération de la convergence pour une suite réelle. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

N 60. Suites divergentes. Cas des suites admettant une limite infinie : comparaison, opérations

algébriques, composition par une application.

61. Étude des suites de terme général a^n, n^b et $n!$. Croissances comparées. Exemples de comparaison de suites aux suites précédentes L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice..

62. Étude de suites de nombres réels définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

63. Étude des suites réelles vérifiant une relation de récurrence du type $u_{n+1} = au_n + b$: terme général, discussion selon les valeurs de a et de b, somme des premiers termes, comportement asymptotique... Exemples.

64. Limite finie d'une fonction à valeurs réelles en un point a de $\mathbb{R}$. Opérations algébriques sur les limites. Exemples.

65. Limite à l'infini d'une fonction à valeurs réelles. Branches infinies de la courbe représentative d'une fonction. Exemples.

66. Fonctions à valeurs réelles continues en un point a de $\mathbb{R}$. Opérations algébriques, composition. Prolongement par continuité d'une fonction en un point. Image d'une suite convergente par une fonction continue.

67. Image d'un intervalle par une fonction continue, image d'un segment. Continuité de la fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle.

68. Fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle de $\mathbb{R}$. Propriétés. Exemples.

69. Méthodes d'approximation d'une solution d'une équation numérique réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

70. Fonctions polynômes.

71. Fonctions logarithmes.

72. Fonctions exponentielles.

73. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto e^x$, $x \mapsto x^a$ et $x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

74. Dérivée en un point. Interprétation géométrique. Exemples.

75. Fonctions dérivées. Opérations algébriques. Dérivée d'une fonction composée. Exemples.

76. Formules de Taylor. Applications.

77. Développements limités, opérations sur les développements limités.

78. Applications du calcul différentiel à la recherche d'extremums (maximum et minimum) d'une fonction numérique d'une variable réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

79. Comparaison des fonctions : domination, prépondérance, équivalence. Exemples et applications.

80. Emploi du calcul différentiel pour l'étude locale de la position de la courbe représentative d'une fonction par rapport aux tangentes et aux sécantes.

81. Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.

N 82. Théorème de Rolle. Applications.

D 83. Inégalité des accroissements finis. Exemples d'applications à l'étude de suites et de fonctions. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

84. Caractérisation des fonctions $x \mapsto x^a$, où a appartient à $\mathbb{R}$, par l'équation fonctionnelle : $f(x.y) = f(x) . f(y)$. Applications.

85. Caractérisation des fonctions exponentielles par l'équation fonctionnelle : $f(x + y) = f(x) . f(y)$. Applications.

86. Caractérisation de la fonction exponentielle $x \mapsto e^{ax}$, où a appartient à $\mathbb{R}$, par l'équation différentielle $y' = ay$ et une condition initiale. Applications.

N 87. Résolution des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants sans second membre. Exemples.

88. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle ; définition et propriétés de l'intégrale, inégalité de la moyenne. Applications.

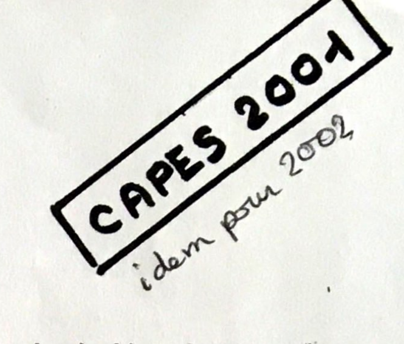
89. Intégration par parties. Exemples de changements de variable. Applications.

N 90. Diverses méthodes de calcul approché d'intégrales définies. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

91. Étude de l'application qui, à tout nombre réel x, associe $\int_0^x \frac{dt}{1+t^2}$. Application à une définition des fonctions trigonométriques.

CAPES externe en Mathématiques 2001

ORAL 1



EXPOSÉS

01. Utilisation d'arbres, de tableaux, de diagrammes pour des exemples simples de dénombrement. Dénombrement des arrangements et des permutations.

02. Coefficients binomiaux, dénombrement des combinaisons, formule du binôme. Applications.

03. Description mathématique d'une expérience aléatoire : ensemble des événements élémentaires, événements, probabilité (on se limitera au cas où l'ensemble d'événements élémentaires est fini).

04. Probabilité conditionnelle ; indépendance de deux événements (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini). Applications à des calculs de probabilité.

05. Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini. Loi de probabilité. Espérance mathématique, variance. Exemples.

06. Schéma de Bernoulli et loi binomiale. Exemples.

07. Séries statistiques à deux variables numériques. Nuage de points associé. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

08. Division euclidienne dans $\mathbf{Z}$, unicité du quotient et du reste. Applications.

09. Congruences dans $\mathbf{Z}$. Anneaux $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$.

10. PGCD et PPCM de deux entiers naturels. Nombres premiers entre eux. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

11. Nombres premiers ; existence et unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Infinitude de l'ensemble des nombres premiers. Exemple(s) d'algorithme(s) de recherche de nombres premiers. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

12. L'anneau $\mathbf{Z}$; sous-groupes additifs de $\mathbf{Z}$. Les idéaux de $\mathbf{Z}$ sont principaux. Egalité de Bézout. Résolution dans $\mathbf{Z}$ d'une équation de la forme $ax + by = c$.

13. Nombres décimaux. Applications.

14. Construction du corps $\mathbf{Q}$ des rationnels.

15. Introduction et construction du corps $\mathbf{C}$ des complexes. Propriétés.

16. Définition de e^z pour z élément de $\mathbf{C}$. Propriétés. Étude de la fonction de variable réelle $t \mapsto e^{it}$ et, plus généralement, de $t \mapsto e^{at}$ où a est un élément de $\mathbf{C}$. Applications.

17. Racines n-ièmes d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Applications.

18. Module et argument d'un nombre complexe. Interprétation géométrique, lignes de niveau associées. Applications.

19. Représentation géométrique des nombres complexes. Interprétation géométrique des applications $z \mapsto z+b$, $z \mapsto az$ et $z \mapsto \overline{z}$, où a et b appartiennent à $\mathbf{C}$, a non nul. Exemples d'application à l'étude de configurations géométriques du plan.

20. Étude de la fonction $f : z \mapsto \dfrac{z-a}{z-b}$, où a, b, z sont complexes. Lignes de niveau pour le module et l'argument de la fonction f. Applications.

21. Fonction polynôme du second degré à coefficients réels. Mise sous forme canonique ; application à l'étude du sens de variation et à la représentation graphique de la fonction. Équations et inéquations du second degré. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

22. Résolution des systèmes linéaires par opérations élémentaires sur les lignes. Méthode du pivot. Exemples.

23. Caractérisation vectorielle d'une droite du plan. Représentations paramétriques. Génération des demi-droites, des segments. Parallélisme. Orthogonalité.

24. Théorème de Thalès. Projection dans le plan et dans l'espace, caractère affine des projections.

25. Équation cartésienne d'une droite du plan. Problèmes d'intersection, parallélisme. Condition pour que trois droites soient concourantes.

26. Équation cartésienne d'une droite du plan euclidien. Application à l'étude d'inéquations de la forme $a\cos t + b\sin t \geqslant c$.

27. Homothéties et translations ; transformation vectorielle associée. Invariants élémentaires : effet sur les directions, l'alignement, les distances... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

28. Réflexion du plan échangeant deux points donnés ; médiatrice, régionnement associé. Applications au triangle et au cercle (cercle circonscrit, angle inscrit...).

29. Réflexion du plan échangeant deux droites sécantes données, bissectrices. Applications au triangle et au cercle (cercle inscrit, tangentes à un cercle...).

30. Recherche des isométries du plan conservant un carré, un losange, un parallélogramme, un rectangle (dans l'ordre que l'on voudra).

31. Droites remarquables du triangle : bissectrices, hauteurs, médianes, médiatrices... (dans l'ordre que l'on voudra).

32. Réflexions et rotations du plan. Invariants élémentaires : effet sur les distances, l'alignement, les angles. Application à l'action sur les configurations usuelles.

33. Projection orthogonale sur une droite du plan, projection vectorielle associée. Applications (calculs de distances et d'angles, optimisation...).

34. Définition et propriétés du produit scalaire dans le plan ; expression dans une base orthonormale. Application au calcul de distances et d'angles.

35. Le cercle. Positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. Point de vue géométrique et point de vue analytique. Lien entre les deux points de vue.

36. Théorème de l'angle inscrit : ensemble des points M du plan tels que l'angle orienté de droites ou de demi-droites (MA, MB) soit constant. Cocyclicité. Applications.

37. Relations métriques dans un triangle rectangle. Trigonométrie. Applications.

38. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle quelconque. Applications.

39. Produit vectoriel dans l'espace euclidien orienté de dimension trois. Point de vue géométrique, point de vue analytique. Applications.

40. Applications du produit scalaire et du produit vectoriel dans l'espace orienté : calculs de distances, d'aires, de volumes, d'angles...

41. Étude de l'application $M \mapsto \sum_{j=1}^{n} \overrightarrow{MA_j}$. Définition et propriétés du barycentre de n points pondérés. Associativité ; application à la détermination de barycentres attachés à des configurations usuelles du plan, de l'espace.

42. Composées d'homothéties et de translations du plan. Relation vectorielle caractéristique. Groupe des homothéties-translations. Applications.

43. Groupe des isométries du plan : décomposition d'une isométrie en produit de réflexions, groupe des déplacements, classification des isométries à partir de l'ensemble des points invariants.

44. Composée d'une homothétie de rapport positif et d'une rotation de même centre ; effet sur les distances, conservation des angles orientés. Similitudes directes. Écriture complexe. Groupe des similitudes directes.

45. Étude des transformations du plan euclidien qui conservent les rapports de distances.

46. Recherche des isométries du plan conservant un polygone régulier ; exemples (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone...).

47. Droites et plans dans l'espace. Équations. Positions relatives ; plans contenant une droite donnée.

48. Orthogonalité dans l'espace affine euclidien : droites orthogonales, droite orthogonale à un plan, plans perpendiculaires. Applications.

49. Ellipse déduite d'un cercle par affinité orthogonale dans le plan. Applications (en particulier, projection orthogonale d'un cercle sur un plan).

50. Réflexion de l'espace échangeant deux points donnés ; plan médiateur, régionnement associé. Étude des isométries de l'espace ayant une droite de points invariants.

51. Réflexions et rotations de l'espace. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

52. Courbes définies par des équations paramétriques dans le plan. Vecteur dérivé et tangente ; interprétation cinématique.

53. Définitions de la parabole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions. Construction de la tangente et de la normale en un point.

54. Définitions de l'ellipse, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.

55. Définitions de l'hyperbole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.

56. Exemples de représentation paramétrique des coniques ; constructions de la tangente et de la normale en un point à une parabole, une ellipse, une hyperbole.

57. Suites monotones, suites adjacentes. Application à l'approximation d'un nombre réel, au développement décimal. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

58. Suites convergentes. Opérations algébriques, composition par une application continue. Comparaison de suites entre elles.

59. Exemples d'accélération de la convergence pour une suite réelle. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

60. Suites divergentes. Cas des suites admettant une limite infinie : comparaison, opérations algébriques, composition par une application.

61. Étude des suites de terme général a^n, n^b et $n!$. Croissances comparées. Exemples de comparaison de suites aux suites précédentes. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

62. Étude de suites de nombres réels définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

63. Étude des suites réelles vérifiant une relation de récurrence du type $u_{n+1} = au_n + b$: terme général, discussion selon les valeurs de a et de b, somme des premiers termes, comportement asymptotique... Exemples.

64. Limite finie d'une fonction à valeurs réelles en un point a de $\mathbf{R}$. Opérations algébriques sur les limites. Exemples.

65. Limite à l'infini d'une fonction à valeurs réelles. Branches infinies de la courbe représentative d'une fonction. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

66. Fonctions à valeurs réelles continues en un point a de $\mathbf{R}$. Opérations algébriques, composition. Prolongement par continuité d'une fonction en un point. Image d'une suite convergente par une fonction continue.

67. Image d'un intervalle par une fonction continue, image d'un segment. Continuité de la fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle.

68. Fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle de $\mathbf{R}$. Propriétés. Exemples.

69. Méthodes d'approximation d'une solution d'une équation numérique réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

70. Fonctions polynômes.

71. Fonctions logarithmes.

72. Fonctions exponentielles.

73. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto e^x$, $x \mapsto x^a$ et $x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

74. Dérivée en un point. Interprétation géométrique. Exemples.

75. Fonctions dérivées. Opérations algébriques. Dérivée d'une fonction composée. Exemples.

76. Formules de Taylor. Applications.

77. Développements limités, opérations sur les développements limités.

78. Applications du calcul différentiel à la recherche d'extremums (maximum et minimum) d'une fonction numérique d'une variable réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

79. Comparaison des fonctions : domination, prépondérance, équivalence. Exemples et applications.

80. Emploi du calcul différentiel pour l'étude locale de la position de la courbe représentative d'une fonction par rapport aux tangentes et aux sécantes.

81. Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.

82. Théorème de Rolle. Applications.

83. Inégalité des accroissements finis. Exemples d'applications à l'étude de suites et de fonctions. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

84. Caractérisation des fonctions réelles $x \mapsto x^a$, où a appartient à $\mathbf{R}$, par l'équation fonctionnelle : $f(x \times y) = f(x) \times f(y)$. Applications.

85. Caractérisation des fonctions exponentielles réelles par l'équation fonctionnelle : $f(x + y) = f(x) \times f(y)$. Applications.

86. Caractérisation de la fonction exponentielle réelle $x \mapsto e^{ax}$, où a appartient à $\mathbf{R}$, par l'équation différentielle $y' = ay$ et une condition initiale. Applications.

87. Résolution des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants sans second membre. Exemples.

88. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle ; définition et propriétés de l'intégrale, inégalité de la moyenne. Applications.

89. Intégration par parties. Exemples de changements de variable. Applications.

90. Diverses méthodes de calcul approché d'intégrales définies. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

CAPES de Mathématiques 2002



EXPOSÉS (Oral 1)

01. Utilisation d'arbres, de tableaux, de diagrammes pour des exemples simples de dénombrement. Dénombrement des arrangements et des permutations.

02. Coefficients binomiaux, dénombrement des combinaisons, formule du binôme. Applications.

03. Description mathématique d'une expérience aléatoire : ensemble des événements élémentaires, événements, probabilité (on se limitera au cas où l'ensemble d'événements élémentaires est fini).

04. Probabilité conditionnelle ; indépendance de deux événements (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini). Applications à des calculs de probabilité.

05. Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini. Loi de probabilité. Espérance mathématique, variance. Exemples.

06. Schéma de Bernoulli et loi binomiale. Exemples.

07. Séries statistiques à deux variables numériques. Nuage de points associé. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

08. Division euclidienne dans $\mathbf{Z}$, unicité du quotient et du reste. Applications.

09. Congruences dans $\mathbf{Z}$. Anneaux $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$.

10. PGCD et PPCM de deux entiers naturels. Nombres premiers entre eux. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

11. Nombres premiers ; existence et unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Infinitude de l'ensemble des nombres premiers. Exemple(s) d'algorithme(s) de recherche de nombres premiers. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

12. L'anneau $\mathbf{Z}$; sous-groupes additifs de $\mathbf{Z}$. Les idéaux de $\mathbf{Z}$ sont principaux. Egalité de Bézout. Résolution dans $\mathbf{Z}$ d'une équation de la forme $ax + by = c$.

13. Nombres décimaux. Applications.

14. Construction du corps $\mathbf{Q}$ des rationnels.

15. Introduction et construction du corps $\mathbf{C}$ des complexes. Propriétés.

16. Définition de e^z pour z élément de $\mathbf{C}$. Propriétés. Étude de la fonction de variable réelle $t \mapsto e^{it}$ et, plus généralement, de $t \mapsto e^{at}$ où a est un élément de $\mathbf{C}$. Applications.

17. Racines n-ièmes d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Applications.

18. Module et argument d'un nombre complexe. Interprétation géométrique, lignes de niveau associées. Applications.

19. Représentation géométrique des nombres complexes. Interprétation géométrique des applications $z \mapsto z+b$, $z \mapsto az$ et $z \mapsto \overline{z}$, où a et b appartiennent à $\mathbf{C}$, a non nul. Exemples d'application à l'étude de configurations géométriques du plan.

20. Étude de la fonction $f : z \mapsto \dfrac{z-a}{z-b}$, où a, b, z sont complexes. Lignes de niveau pour le module et l'argument de la fonction f. Applications.

21. Fonction polynôme du second degré à coefficients réels. Mise sous forme canonique ; application à l'étude du sens de variation et à la représentation graphique de la fonction. Équations et inéquations du second degré. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

22. Résolution des systèmes linéaires par opérations élémentaires sur les lignes. Méthode du pivot. Exemples.

23. Caractérisation vectorielle d'une droite du plan. Représentations paramétriques. Génération des demi-droites, des segments. Parallélisme. Orthogonalité.

24. Théorème de Thalès. Projection dans le plan et dans l'espace, caractère affine des projections.

25. Équation cartésienne d'une droite du plan. Problèmes d'intersection, parallélisme. Condition pour que trois droites soient concourantes.

26. Équation cartésienne d'une droite du plan euclidien. Application à l'étude d'inéquations de la forme $a \cos t + b \sin t \geqslant c$.

27. Homothéties et translations ; transformation vectorielle associée. Invariants élémentaires : effet sur les directions, l'alignement, les distances... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

28. Réflexion du plan échangeant deux points donnés ; médiatrice, régionnement associé. Applications au triangle et au cercle (cercle circonscrit, angle inscrit...).

29. Réflexion du plan échangeant deux droites sécantes données, bissectrices. Applications au triangle et au cercle (cercle inscrit, tangentes à un cercle...).

30. Recherche des isométries du plan conservant un carré, un losange, un parallélogramme, un rectangle (dans l'ordre que l'on voudra).

31. Droites remarquables du triangle : bissectrices, hauteurs, médianes, médiatrices... (dans l'ordre que l'on voudra).

32. Réflexions et rotations du plan. Invariants élémentaires : effet sur les distances, l'alignement, les angles. Application à l'action sur les configurations usuelles.

33. Projection orthogonale sur une droite du plan, projection vectorielle associée. Applications (calculs de distances et d'angles, optimisation...).

34. Définition et propriétés du produit scalaire dans le plan ; expression dans une base orthonormale. Application au calcul de distances et d'angles.

35. Le cercle. Positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. Point de vue géométrique et point de vue analytique. Lien entre les deux points de vue.

36. Théorème de l'angle inscrit : ensemble des points M du plan tels que l'angle orienté de droites ou de demi-droites (MA, MB) soit constant. Cocyclicité. Applications.

37. Relations métriques dans un triangle rectangle. Trigonométrie. Applications.

38. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle quelconque. Applications.

39. Produit vectoriel dans l'espace euclidien orienté de dimension trois. Point de vue géométrique, point de vue analytique. Applications.

40. Applications du produit scalaire et du produit vectoriel dans l'espace orienté : calculs de distances, d'aires, de volumes, d'angles...

41. Étude de l'application $M \mapsto \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \overrightarrow{MA_j}$. Définition et propriétés du barycentre de n points pondérés. Associativité ; application à la détermination de barycentres attachés à des configurations usuelles du plan, de l'espace.

42. Composées d'homothéties et de translations du plan. Relation vectorielle caractéristique. Groupe des homothéties-translations. Applications.

43. Groupe des isométries du plan : décomposition d'une isométrie en produit de réflexions, groupe des déplacements, classification des isométries à partir de l'ensemble des points invariants.

44. Composée d'une homothétie de rapport positif et d'une rotation de même centre ; effet sur les distances, conservation des angles orientés. Similitudes directes. Écriture complexe. Groupe des similitudes directes.

45. Étude des transformations du plan euclidien qui conservent les rapports de distances.

46. Recherche des isométries du plan conservant un polygone régulier ; exemples (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone...).

47. Droites et plans dans l'espace. Équations. Positions relatives ; plans contenant une droite donnée.

48. Orthogonalité dans l'espace affine euclidien : droites orthogonales, droite orthogonale à un plan, plans perpendiculaires. Applications.

49. Ellipse déduite d'un cercle par affinité orthogonale dans le plan. Applications (en particulier, projection orthogonale d'un cercle sur un plan).

50. Réflexion de l'espace échangeant deux points donnés ; plan médiateur, régionnement associé. Étude des isométries de l'espace ayant une droite de points invariants.
51. Réflexions et rotations de l'espace. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles... Applications à l'action sur les configurations usuelles.
52. Courbes définies par des équations paramétriques dans le plan. Vecteur dérivé et tangente ; interprétation cinématique.
53. Définitions de la parabole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions. Construction de la tangente et de la normale en un point.
54. Définitions de l'ellipse, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.
55. Définitions de l'hyperbole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.
56. Exemples de représentation paramétrique des coniques ; constructions de la tangente et de la normale en un point à une parabole, une ellipse, une hyperbole.
57. Suites monotones, suites adjacentes. Application à l'approximation d'un nombre réel, au développement décimal. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
58. Suites convergentes. Opérations algébriques, composition par une application continue. Comparaison de suites entre elles.
59. Exemples d'accélération de la convergence pour une suite réelle. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
60. Suites divergentes. Cas des suites admettant une limite infinie : comparaison, opérations algébriques, composition par une application.
61. Étude des suites de terme général a^n, n^b et $n!$. Croissances comparées. Exemples de comparaison de suites aux suites précédentes. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
62. Étude de suites de nombres réels définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
63. Étude des suites réelles vérifiant une relation de récurrence du type $u_{n+1} = au_n + b$: terme général, discussion selon les valeurs de a et de b, somme des premiers termes, comportement asymptotique...Exemples.
64. Limite finie d'une fonction à valeurs réelles en un point a de $\mathbf{R}$. Opérations algébriques sur les limites. Exemples.
65. Limite à l'infini d'une fonction à valeurs réelles. Branches infinies de la courbe représentative d'une fonction. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
66. Fonctions à valeurs réelles continues en un point a de $\mathbf{R}$. Opérations algébriques, composition. Prolongement par continuité d'une fonction en un point. Image d'une suite convergente par une fonction continue.
67. Image d'un intervalle par une fonction continue, image d'un segment. Continuité de la fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle.
68. Fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle de $\mathbf{R}$. Propriétés. Exemples.
69. Méthodes d'approximation d'une solution d'une équation numérique réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
70. Fonctions polynômes.
71. Fonctions logarithmes.
72. Fonctions exponentielles.
73. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto e^x$, $x \mapsto x^a$ et $x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
74. Dérivée en un point. Interprétation géométrique. Exemples.

75. Fonctions dérivées. Opérations algébriques. Dérivée d'une fonction composée. Exemples.
76. Formules de Taylor. Applications.
77. Développements limités, opérations sur les développements limités.
78. Applications du calcul différentiel à la recherche d'extremums (maximum et minimum) d'une fonction numérique d'une variable réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
79. Comparaison des fonctions : domination, prépondérance, équivalence. Exemples et applications.
80. Emploi du calcul différentiel pour l'étude locale de la position de la courbe représentative d'une fonction par rapport aux tangentes et aux sécantes.
81. Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
82. Théorème de Rolle. Applications.
83. Inégalité des accroissements finis. Exemples d'applications à l'étude de suites et de fonctions. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
84. Caractérisation des fonctions réelles $x \mapsto x^a$, où a appartient à $\mathbf{R}$, par l'équation fonctionnelle : $f(x \times y) = f(x) \times f(y)$. Applications.
85. Caractérisation des fonctions exponentielles réelles par l'équation fonctionnelle : $f(x + y) = f(x) \times f(y)$. Applications.
86. Caractérisation de la fonction exponentielle réelle $x \mapsto e^{ax}$, où a appartient à $\mathbf{R}$, par l'équation différentielle $y' = ay$ et une condition initiale. Applications.
87. Résolution des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants sans second membre. Exemples.
88. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle ; définition et propriétés de l'intégrale, inégalité de la moyenne. Applications.
89. Intégration par parties. Exemples de changements de variable. Applications.
90. Diverses méthodes de calcul approché d'intégrales définies. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

CAPES de MATHEMATIQUES 2002

EPREUVE SUR DOSSIER (Oral 2)

CAPES 2002

01. Exemples simples de problèmes de dénombrement dans différentes situations.

02. Exemples d'emploi de dénombrements pour le calcul de probabilités sur un ensemble fini d'épreuves.

03. Exemples de description et d'étude d'expériences aléatoires à l'aide d'une variable aléatoire.

04. Exemples d'expériences aléatoires et de calcul de probabilités attachées à ces expériences dans les cas des tirages avec ou sans remise. Exemples s'y ramenant.

05. Exemples d'étude de situations faisant intervenir la notion de probabilité conditionnelle.

06. Exemples d'organisation et gestion de données statistiques en collège.

07. Exemples d'organisation et d'étude d'une série statistique.
Détermination, comparaison, utilisation de mesures de tendance centrale (paramètres de position) et de mesures de dispersion (paramètres de dispersion).
Regroupements en classes. Représentations graphiques usuelles.

08. Exemples d'introduction à la fluctuation d'échantillonnage, notamment par le moyen de simulations.

09. Exemples de traitement d'une série statistique à deux variables numériques. Etude du nuage de points associé : point moyen, corrélation linéaire, ajustement affine, droites de régression.

10*. Exemples d'étude de séries de données en classe de Première (diagrammes en boîtes, données gaussiennes, séries chronologiques, effet de structure, ...).

11*. Exemples de modélisations et de simulations d'expériences aléatoires.

12. Exemples d'approches et d'applications du raisonnement par récurrence dans des domaines variés.

13. Exemples d'étude, au niveau collège, de problèmes conduisant à une équation ou une inéquation du premier degré.

14. Exemples d'étude, dans les classes de Seconde et Première, de problèmes conduisant à une équation ou une inéquation du second degré.

15. Exemples d'étude de situations conduisant à des régionnements de la droite ou du plan à partir d'inéquations du premier et du second degré.

16. Exemples d'étude de situations conduisant à un système d'équations linéaires.

17. Exemples d'étude, au niveau lycée, de situations conduisant à un système d'inéquations linéaires. Applications simples aux problèmes de programmation linéaire à deux variables.

18*. Exemples de mise en œuvre du calcul matriciel dans la série ES.

19*. Exemples de modélisations de situations par un graphe au niveau de la Terminale ES.

20*. Exemples d'activités sur la nature et l'écriture des nombres en fin de collège et au niveau lycée. Nombres premiers. Applications.

21*. Exemples de problèmes de constructions illustrant les notions de nombres constructibles et de commensurabilité.

22. Exemples de mise en œuvre des contenus des programmes relatifs aux pourcentages dans les classes de Première.

23. Exemples d'étude de configurations faisant l'objet de constructions géométriques à la règle et au compas.

24. Exemples de présentation et d'utilisation des angles orientés. Mise en évidence de l'intérêt de cette notion, à partir d'exemples d'utilisation dans le second cycle.

25. Exemples de recherches et de représentations de sections planes de solides usuels.

26*. Exemples de représentations planes d'objets de l'espace : perspective cavalière, perspective à point de fuite.

27. Exemples de présentation, au niveau du lycée, de droites remarquables du tétraèdre : concours des médianes, condition de concours des hauteurs ; cas du tétraèdre régulier.

28. Exemples d'emploi, au niveau du lycée, de transformations pour l'étude de configurations du plan.

29. Exemples d'emploi d'homothéties et de translations pour l'étude de problèmes d'alignement et de concours dans le plan.

30. Exemples d'emploi d'homothéties et de translations pour l'étude de problèmes de constructions géométriques dans le plan.

31. Exemples de problèmes d'alignement et de concours portant sur le triangle.

32. Exemples de présentation, en fin de collège, d'activités récapitulatives sur les calculs de longueurs et de distances dans le plan.

33. Exemples de construction de triangles satisfaisant à des conditions métriques ou géométriques imposées.

34. Exemples d'utilisation de triangles isométriques ou de triangles de même forme (triangles semblables) pour l'étude de configurations du plan. Puis, étude de ces configurations à l'aide d'isométries ou de similitudes.

35. Exemples d'emploi du produit scalaire pour le calcul de distances, d'angles et d'aires dans les configurations usuelles du plan (triangles, polygones, ...).

36. Exemples d'emploi du produit scalaire et du produit vectoriel pour le calcul de distances, angles, aires, volumes, dans les configurations usuelles de l'espace (parallélépipède, tétraèdre, pyramide, ...).

37. Exemples d'emploi du produit scalaire pour la recherche de lieux géométriques dans le plan.

38. Exemples d'applications de différentes expressions du produit scalaire dans l'étude de configurations.

39. Exemples de démonstrations utilisant les aires.
Cas des démonstrations classiques : théorème de Pythagore, théorème de Thalès, ...

40. Exemples d'emploi des nombres complexes dans des situations diverses issues des mathématiques, de la physique, ...

41. Exemples d'emploi des nombres complexes pour l'étude de configurations en géométrie plane.

42. Exemples d'emploi des nombres complexes *pour la recherche de lieux géométriques* définis dans le plan par des conditions de distances et d'angles.

43. Analyse comparée de différentes méthodes (calcul vectoriel, transformations, emploi d'un repère, nombres complexes, ...) pour la recherche d'un *même problème* de lieu géométrique du plan.

44. Analyse comparée de différentes méthodes (calcul vectoriel, transformations, emploi d'un repère, nombres complexes, ...) pour la recherche d'un *même problème* d'alignement ou d'orthogonalité dans le plan.

45. Exemples de présentations de polygones réguliers usuels s'appuyant sur les méthodes du collège (angles, rotations, ...) et du lycée (nombres complexes, ...).

46. Exemples d'utilisation de la conservation du barycentre par certaines applications pour l'étude de configurations du plan ou de l'espace.

47. Exemples d'emploi des barycentres pour l'étude de configurations du plan et de l'espace ou la recherche de lieux géométriques.

48. Exemples de recherche et d'étude des isométries laissant invariante une configuration du plan.

49. Exemples de mise en œuvre de différentes méthodes (composition de transformations, nombres complexes, ...) pour la recherche des isométries ou des similitudes directes transformant une configuration usuelle donnée du plan en une autre (triangles, rectangles, ...).

50. Exemples d'emploi de compositions et de décompositions d'isométries du plan pour l'étude d'une configuration.

51. Exemples d'emploi de similitudes directes du plan pour l'étude d'une configuration.

52. Exemples de présentation d'exercices sur les coniques (parabole, hyperbole, ellipse) au niveau du lycée.

53. Exemples d'étude de lieux géométriques à l'aide d'un paramétrage.

54. Exemples d'étude de situations issues de la géométrie, de la mécanique ou de la physique conduisant à des courbes paramétrées.

55. Exemples d'étude de problèmes conduisant à des suites géométriques ou arithmétiques.

56. Exemples d'étude du comportement de suites définies par une relation $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale.

57. Exemples d'approximation d'un point fixe d'une fonction à l'aide d'une suite. Etude de cette suite. Mise en évidence de l'obtention de la précision visée.

58. Exemples d'emploi de suites pour l'approximation d'un nombre.

59. Exemples de recherche de solutions approchées d'une équation numérique.

60. Exemples de méthodes d'approximation du nombre π à l'aide de suites, et notamment de suites attachées aux polygones réguliers.

61. Exemples de méthodes d'approximation du nombre e à l'aide de suites. Irrationalité du nombre e.

62. Exemples de méthodes d'approximation, à l'aide de suites, du logarithme népérien d'un nombre réel strictement positif ; exemples numériques.

63*. Exemples de méthodes d'approximation, à l'aide de suites, d'un nombre réel positif ; exemples numériques.

64. Exemples d'étude de phénomènes exponentiels discrets ou continus issus de situations économiques, sociales ou scientifiques.

65. Exemples d'étude, aux niveaux collège et lycée, d'exercices mettant en évidence les possibilités et les limites d'une calculatrice. Chacun des exercices proposés devra faire appel à la calculatrice.

66. Exemples de problèmes conduisant à utiliser une calculatrice pour formuler une conjecture ou contrôler des résultats dans différentes situations mathématiques.
Chacun des exercices proposés devra faire appel à la calculatrice.

67. Exemples d'étude de situations conduisant à la mise en œuvre d'une démarche algorithmique au collège et en seconde.

68. Exemples d'étude de situations conduisant à la mise en œuvre d'une démarche algorithmique au lycée.

69. Exemples d'utilisation de formes usuelles du raisonnement (par condition nécessaire, par condition suffisante, par contraposition, par équivalence, par l'absurde, par disjonction des cas ...).

70. Exemples de présentation, en fin de collège, d'activités récapitulatives sur les notions de proportionnalité, de pourcentage, de fonction linéaire, de fonction affine.

71. Obtention, en classe de Première, de l'étude et de la représentation graphique de fonctions telles que $f+\lambda$, λf, $x \to f(x+\lambda)$, $x \to f(\lambda x)$, $|f|$, à partir de celle d'une fonction f.

72. Exemples d'emploi de majorations et d'encadrements d'une fonction par des fonctions plus simples. Exemples d'emploi d'inégalités sur les dérivées pour obtenir des majorations et encadrements.

73. Exemples d'étude du comportement local de fonctions (approximation par une fonction affine ...). Applications.

74. Exemples de mise en évidence de la relation entre la monotonie de la dérivée d'une fonction et la position de sa courbe représentative par rapport aux tangentes.

75. Exemples d'étude de situations décrites au moyen de fonctions (issues de la géométrie, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale ...).

76. Exemples d'illustrations, à l'aide de contre-exemples, de l'importance de la vérification des hypothèses lors de l'emploi d'un théorème.

77. Exemples d'étude du comportement asymptotique d'une fonction. Applications.

78. Exemples d'emploi de la dérivation pour l'étude du sens de variation d'une fonction, du signe d'une fonction ou de la position relative de deux courbes .

79. Exemples de présentation, en Terminale ES, d'exercices d'application de la dérivée logarithmique.

80. Exemples d'utilisation de l'étude et de la variation des fonctions pour des problèmes d'optimisation en géométrie (longueurs, aires, volumes).

81. Exemples d'encadrement d'une intégrale au moyen d'un encadrement de la fonction à intégrer ; exemples d'applications à l'obtention d'encadrements d'une fonction.

82. Exemples de recherche de primitives par des méthodes variées.

83. Exemples de calcul de valeurs approchées d'intégrales.

84. Exemples de calcul d'aires planes à l'aide du calcul intégral.

85. Exemples de calcul de volumes de solides usuels.

86. Exemples d'étude de situations menant au calcul de la valeur moyenne d'une fonction ou de son carré.

87. Exemples de présentation, en Terminale scientifique, d'exercices permettant de retrouver les formules données au collège pour des calculs d'aires ou de volumes.

88. Exemples d'emploi du calcul intégral pour le calcul de grandeurs géométriques, mécaniques ou physiques.

89. Exemples d'étude de situations (issues de la géométrie, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale ...) *conduisant* à une fonction logarithme ou exponentielle.

90. Exemples d'étude de phénomènes continus satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale menant à une équation différentielle linéaire à coefficients constants du premier ordre, du second ordre.

91. Exemples de problèmes dont la résolution conduit à des calculs de PGCD ou PPCM de deux entiers naturels.

92. Exemples de problèmes conduisant à la résolution, pour u et v entiers relatifs, d'équations du type : $au+bv = k$ où a, b, k sont des entiers relatifs.

93. Exemples d'utilisation de la décomposition d'un entier naturel en produit de facteurs premiers.

94*. Exemples de présentation et d'utilisation de congruences, au niveau de la Terminale L et de la Terminale S.



CAPES externe session 2003

la bonne (6/5/04)

→ Bonne liste ; un erratum sur le site officiel du CAPES confirme cette liste

ORAL 1

EXPOSÉS

01. Utilisation d'arbres, de tableaux, de diagrammes pour des exemples simples de dénombrement. Dénombrement des arrangements et des permutations.

02. Exemples de problémes dont la résolution fait appel à l'utilisation de graphes, orientés ou non.

03. Coefficients binomiaux, dénombrement des combinaisons, formule du binôme. Applications.

04. Description mathématique d'une expérience aléatoire : ensemble des événements élémentaires, événements, probabilité (on se limitera au cas où l'ensemble d'événements élémentaires est fini).

05. Probabilité conditionnelle ; indépendance de deux événements (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini). Applications à des calculs de probabilité.

06. Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini. Loi de probabilité. Espérance mathématique, variance. Exemples.

07. Schéma de Bernoulli et loi binomiale. Exemples.

08. Séries statistiques à deux variables numériques. Nuage de points associé. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

09. Division euclidienne dans $\mathbf{Z}$, unicité du quotient et du reste. Applications.

10. Congruences dans $\mathbf{Z}$. Anneaux $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$.

11. PGCD et PPCM de deux entiers naturels. Nombres premiers entre eux. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

12. Nombres premiers ; existence et unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Infinitude de l'ensemble des nombres premiers. Exemple(s) d'algorithme(s) de recherche de nombres premiers. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

13. L'anneau $\mathbf{Z}$; sous-groupes additifs de $\mathbf{Z}$. Les idéaux de $\mathbf{Z}$ sont principaux. Egalité de Bézout. Résolution dans $\mathbf{Z}$ d'une équation de la forme $ax + by = c$.

14. Nombres décimaux. Applications.

15. Construction du corps $\mathbf{Q}$ des rationnels.

16. Introduction et construction du corps $\mathbf{C}$ des complexes. Propriétés.

17. Racines n-ièmes d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Applications.

18. Module et argument d'un nombre complexe. Interprétation géométrique, lignes de niveau associées. Applications.

19. Représentation géométrique des nombres complexes. Interprétation géométrique des applications $z \mapsto z+b$, $z \mapsto az$ et $z \mapsto \overline{z}$, où a et b appartiennent à $\mathbf{C}$, a non nul. Exemples d'application à l'étude de configurations géométriques du plan.

20. Étude de la fonction $f : z \mapsto \dfrac{z-a}{z-b}$, où a, b, z sont complexes. Lignes de niveau pour le module et l'argument de la fonction f. Applications.

21. Fonction polynôme du second degré à coefficients réels. Mise sous forme canonique ; application à l'étude du sens de variation et à la représentation graphique de la fonction. Équations et inéquations du second degré. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

22. Résolution des systèmes linéaires par opérations élémentaires sur les lignes. Méthode du pivot. Exemples.

23. Caractérisation vectorielle d'une droite du plan. Représentations paramétriques. Génération des demi-droites, des segments. Parallélisme. Orthogonalité.

24. Théorème de Thalès. Projection dans le plan et dans l'espace, caractère affine des projections.

25. Équation cartésienne d'une droite du plan. Problèmes d'intersection, parallélisme. Condition pour que trois droites soient concourantes.

26. Équation cartésienne d'une droite du plan euclidien. Application à l'étude d'inéquations de la forme $a\cos t + b\sin t \geqslant c$.

27. Homothéties et translations ; transformation vectorielle associée. Invariants élémentaires : effet sur les directions, l'alignement, les distances... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

28. Réflexion du plan échangeant deux points donnés ; médiatrice, régionnement associé. Applications au triangle et au cercle (cercle circonscrit, angle inscrit...).

29. Réflexion du plan échangeant deux droites sécantes données, bissectrices. Applications au triangle et au cercle (cercle inscrit, tangentes à un cercle...).

30. Recherche des isométries du plan conservant un carré, un losange, un parallélogramme, un rectangle (dans l'ordre que l'on voudra).

31. Droites remarquables du triangle : bissectrices, hauteurs, médianes, médiatrices... (dans l'ordre que l'on voudra).

32. Rotations planes. Notion d'angle.

33. Projection orthogonale sur une droite du plan, projection vectorielle associée. Applications (calculs de distances et d'angles, optimisation...).

34. Définition et propriétés du produit scalaire dans le plan ; expression dans une base orthonormale. Application au calcul de distances et d'angles.

35. Le cercle. Positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. Point de vue géométrique et point de vue analytique. Lien entre les deux points de vue.

36. Théorème de l'angle inscrit : ensemble des points M du plan tels que l'angle orienté de droites ou de demi-droites (MA, MB) soit constant. Cocyclicité. Applications.

37. Relations métriques dans un triangle rectangle. Trigonométrie. Applications.

38. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle quelconque. Applications.

39. Produit vectoriel dans l'espace euclidien orienté de dimension trois. Point de vue géométrique, point de vue analytique. Applications.

40. Applications du produit scalaire et du produit vectoriel dans l'espace orienté : calculs de distances, d'aires, de volumes, d'angles...

41. Étude de l'application $M \mapsto \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \overrightarrow{MA_j}$. Définition et propriétés du barycentre de n points pondérés. Associativité ; application à la détermination de barycentres attachés à des configurations usuelles du plan, de l'espace.

42. Composées d'homothéties et de translations du plan. Relation vectorielle caractéristique. Groupe des homothéties-translations. Applications.

43. Groupe des isométries du plan : décomposition d'une isométrie en produit de réflexions, groupe des déplacements, classification des isométries à partir de l'ensemble des points invariants.

44. Étude des transformations du plan euclidien qui conservent les rapports de distances.

45. Recherche des isométries du plan conservant un polygone régulier ; exemples (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone...).

46. Droites et plans dans l'espace. Équations. Positions relatives ; plans contenant une droite donnée.

47. Orthogonalité dans l'espace affine euclidien : droites orthogonales, droite orthogonale à un plan, plans perpendiculaires. Applications.

48. Ellipse déduite d'un cercle par affinité orthogonale dans le plan. Applications (en particulier, projection orthogonale d'un cercle sur un plan).

49. Réflexion de l'espace échangeant deux points donnés ; plan médiateur, régionnement associé. Étude des isométries de l'espace ayant une droite de points invariants.

50. Réflexions et rotations de l'espace. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

51. Courbes définies par des équations paramétriques dans le plan. Vecteur dérivé et tangente ; interprétation cinématique.

52. Définitions de la parabole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions. Construction de la tangente et de la normale en un point.
53. Définitions de l'ellipse, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.
54. Définitions de l'hyperbole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.
55. Exemples de représentation paramétrique des coniques ; constructions de la tangente et de la normale en un point à une parabole, une ellipse, une hyperbole.
56. Suites monotones, suites adjacentes. Approximation d'un nombre réel, développement décimal. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
57. Suites convergentes. Opérations algébriques, composition par une application continue. Comparaison de suites entre elles.
58. Rapidité de la convergence d'une suite rélle (u_n) vers une limite ℓ. Cas où $|u_n - \ell|$ est dominé par n^{-a}, par k^n... Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
59. Suites divergentes. Cas des suites admettant une limite infinie : comparaison, opérations algébriques, composition par une application.
60. Étude des suites de terme général a^n, n^b et $n!$. Croissances comparées. Exemples de comparaison de suites aux suites précédentes. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
61. Étude de suites de nombres réels définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
62. Limite finie d'une fonction à valeurs réelles en un point a de $\mathbf{R}$. Opérations algébriques sur les limites. Continuité d'une fonction en un point. Exemples.
63. Limite à l'infini d'une fonction à valeurs réelles. Branches infinies de la courbe représentative d'une fonction. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
64. Image d'un intervalle par une fonction continue, image d'un segment. Continuité de la fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle.
65. Fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle de $\mathbf{R}$. Propriétés. Exemples.
66. Méthodes d'approximation d'une solution d'une équation numérique réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
67. Fonctions polynômes.
68. Fonctions logarithmes.
69. Fonctions exponentielles.
70. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto e^x$, $x \mapsto x^a$ et $x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
71. Dérivée en un point. Interprétation géométrique. Exemples.
72. Fonctions dérivées. Opérations algébriques. Dérivée d'une fonction composée. Exemples.
73. Formules de Taylor. Applications.
74. Développements limités, opérations sur les développements limités.
75. Applications du calcul différentiel à la recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une variable réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
76. Comparaison des fonctions : domination, prépondérance, équivalence. Exemples et applications.
77. Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
78. Théorème de Rolle. Applications.

79. Inégalité des accroissements finis. Exemples d'applications à l'étude de suites et de fonctions. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

80. Caractérisation des fonctions réelles $x \mapsto x^a$, où a appartient à $\mathbf{R}$, par l'équation fonctionnelle : $f(x \times y) = f(x) \times f(y)$. Applications.

81. Caractérisation des fonctions exponentielles réelles par l'équation fonctionnelle : $f(x + y) = f(x) \times f(y)$. Applications.

82. Caractérisation de la fonction exponentielle réelle $x \mapsto e^{ax}$, où a appartient à $\mathbf{R}$, par l'équation différentielle $y' = ay$ et une condition initiale. Applications.

83. Résolution des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants sans second membre. Exemples.

84. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle ; définition et propriétés de l'intégrale, inégalité de la moyenne. Applications.

85. Intégration par parties. Exemples de changements de variable. Applications.

86. Diverses méthodes de calcul approché d'intégrales définies. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

87. Exemples d'approximation d'une solution d'une équation différentielle par la méthode d'Euler. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

CAPES de MATHEMATIQUES 2004

EXPOSÉS ORAL 1 Session 2004

01. Utilisation d'arbres, de tableaux, de diagrammes pour des exemples simples de dénombrement. Dénombrement des arrangements et des permutations.
02. Exemples de problèmes dont la résolution fait appel à l'utilisation de graphes, orientés ou non.
03. Coefficients binomiaux, dénombrement des combinaisons, formule du binôme. Applications.
04. Description mathématique d'une expérience aléatoire : ensemble des événements élémentaires, événements, probabilité (on se limitera au cas où l'ensemble d'événements élémentaires est fini).
05. Probabilité conditionnelle; indépendance de deux événements (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini). Applications à des calculs de probabilité.
06. Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini. Loi de probabilité. Espérance mathématique, variance. Exemples.
07. Schéma de Bernoulli et loi binomiale. Exemples.
08. Séries statistiques à deux variables numériques. Nuage de points associé. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
09. Division euclidienne dans $\mathbf{Z}$, unicité du quotient et du reste. Applications.
10. Congruences dans $\mathbf{Z}$. Anneaux $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$.
11. PGCD et PPCM de deux entiers naturels. Nombres premiers entre eux. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
12. Nombres premiers ; existence et unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Infinitude de l'ensemble des nombres premiers. Exemple(s) d'algorithme(s) de recherche de nombres premiers. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
13. L'anneau $\mathbf{Z}$; sous-groupes additifs de $\mathbf{Z}$. Les idéaux de $\mathbf{Z}$ sont principaux. Egalité de Bézout. Résolution dans $\mathbf{Z}$ d'une équation de la forme $ax + by = c$.
14. Nombres décimaux. Applications.
15. Construction du corps $\mathbf{Q}$ des rationnels.
16. Introduction et construction du corps $\mathbf{C}$ des complexes. Propriétés.
17. Racines n-ièmes d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Applications.
18. Module et argument d'un nombre complexe. Interprétation géométrique, lignes de niveau associées. Applications.
19. Représentation géométrique des nombres complexes. Interprétation géométrique des applications $z \mapsto z+b$, $z \mapsto az$ et $z \mapsto \overline{z}$, où a et b appartiennent à $\mathbf{C}$, a non nul. Exemples d'application l'étude de configurations géométriques du plan.
20. Étude de la fonction $f : z \mapsto \dfrac{z-a}{z-b}$, où a, b, z sont complexes. Lignes de niveau pour le module et l'argument de la fonction f. Applications.
21. Fonction polynôme du second degré à coefficients réels. Mise sous forme canonique ; application à l'étude du sens de variation et à la représentation graphique de la fonction. Équations et inéquations du second degré. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
22. Résolution des systèmes linéaires par opérations élémentaires sur les lignes. Méthode du pivot. Exemples.
23. Caractérisation vectorielle d'une droite du plan. Représentations paramétriques. Génération des demi-droites, des segments. Parallélisme. Orthogonalité.
24. Théorème de Thalès. Projection dans le plan et dans l'espace, caractère affine des projections.
25. Équation cartésienne d'une droite du plan. Problèmes d'intersection, parallélisme. Condition pour que trois droites soient concourantes.

26. Équation cartésienne d'une droite du plan euclidien. Application à l'étude d'inéquations de la forme $a\cos t + b\sin t \geqslant c$.
27. Homothéties et translations ; transformation vectorielle associée. Invariants élémentaires : effet sur les directions, l'alignement, les distances... Applications à l'action sur les configurations usuelles.
28. Réflexion du plan échangeant deux points donnés ; médiatrice, régionnement associé. Applications au triangle et au cercle (cercle circonscrit, angle inscrit...).
29. Réflexion du plan échangeant deux droites sécantes données, bissectrices. Applications au triangle et au cercle (cercle inscrit, tangentes à un cercle...).
30. Recherche des isométries du plan conservant un carré, un losange, un parallélogramme, un rectangle (dans l'ordre que l'on voudra).
31. Droites remarquables du triangle : bissectrices, hauteurs, médianes, médiatrices... (dans l'ordre que l'on voudra).
32. Rotations planes. Notion d'angle.
33. Projection orthogonale sur une droite du plan, projection vectorielle associée. Applications (calculs de distances et d'angles, optimisation...).
34. Définition et propriétés du produit scalaire dans le plan ; expression dans une base orthonormale. Application au calcul de distances et d'angles.
35. Le cercle. Positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. Point de vue géométrique et point de vue analytique. Lien entre les deux points de vue.
36. Théorème de l'angle inscrit : ensemble des points M du plan tels que l'angle orienté de droites ou de demi-droites (MA, MB) soit constant. Cocyclicité. Applications.
37. Relations métriques dans un triangle rectangle. Trigonométrie. Applications.
38. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle quelconque. Applications.
39. Produit vectoriel dans l'espace euclidien orienté de dimension trois. Point de vue géométrique, point de vue analytique. Applications.
40. Applications du produit scalaire et du produit vectoriel dans l'espace orienté : calculs de distances, d'aires, de volumes, d'angles...
41. Définition et propriétés du barycentre de n points pondérés. Associativité ; application à la détermination de barycentres attachés des configurations usuelles du plan, de l'espace.
42. Composées d'homothéties et de translations du plan. Relation vectorielle caractéristique. Groupe des homothéties-translations. Applications.
43. Groupe des isométries du plan : décomposition d'une isométrie en produit de réflexions, groupe des déplacements, classification des isométries à partir de l'ensemble des points invariants.
44. Étude des transformations du plan euclidien qui conservent les rapports de distances.
45. Recherche des isométries du plan conservant un polygone régulier ; exemples (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone...).
46. Droites et plans dans l'espace. Équations. Positions relatives ; plans contenant une droite donnée.
47. Orthogonalité dans l'espace affine euclidien : droites orthogonales, droite orthogonale à un plan, plans perpendiculaires. Applications.
48. Ellipse déduite d'un cercle par affinité orthogonale dans le plan. Applications (en particulier, projection orthogonale d'un cercle sur un plan).
49. Réflexion de l'espace échangeant deux points donnés ; plan médiateur, régionnement associé. Étude des isométries de l'espace ayant une droite de points invariants.
50. Réflexions et rotations de l'espace. Invariants élémentaires : effet sur les distances, les angles... Applications à l'action sur les configurations usuelles.
51. Courbes définies par des équations paramétriques dans le plan. Vecteur dérivé et tangente ; interprétation cinématique.
52. Définitions de la parabole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions. Construction de la tangente et de la normale en un point.

53. Définitions de l'ellipse, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.
54. Définitions de l'hyperbole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.
55. Exemples de représentation paramétrique des coniques ; constructions de la tangente et de la normale en un point à une parabole, une ellipse, une hyperbole.
56. Suites monotones, suites adjacentes. Approximation d'un nombre réel, développement décimal. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
57. Suites convergentes. Opérations algébriques, composition par une application continue. Comparaison de suites entre elles.
58. Rapidité de la convergence d'une suite rélle (réelle ×) (u_n) vers une limite ℓ. Cas où $|u_n - \ell|$ est dominé par n^{-a}, par k^n... Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
59. Suites divergentes. Cas des suites admettant une limite infinie : comparaison, opérations algébriques, composition par une application.
60. Étude des suites de terme général a^n, n^b et $n!$. Croissances comparées. Exemples de comparaison de suites aux suites précédentes. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
61. Étude de suites de nombres réels définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
62. Limite finie d'une fonction à valeurs réelles en un point a de $\mathbf{R}$. Opérations algébriques sur les limites. Continuité d'une fonction en un point. Exemples.
63. Limite à l'infini d'une fonction à valeurs réelles. Branches infinies de la courbe représentative d'une fonction. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
64. Image d'un intervalle par une fonction continue, image d'un segment. Continuité de la fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle.
65. Fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle de $\mathbf{R}$. Propriétés. Exemples.
66. Méthodes d'approximation d'une solution d'une équation numérique réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
67. Fonctions polynômes.
68. Fonctions logarithmes.
69. Fonctions exponentielles.
70. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto e^x$, $x \mapsto x^a$ et $x \mapsto \ln x$ au voisinage de $+\infty$. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
71. Dérivée en un point. Interprétation géométrique. Exemples.
72. Fonctions dérivées. Opérations algébriques. Dérivée d'une fonction composée. Exemples.
73. Formules de Taylor. Applications.
74. Développements limités, opérations sur les développements limités.
75. Applications du calcul différentiel à la recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une variable réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
76. Comparaison des fonctions : domination, prépondérance, équivalence. Exemples et applications.
77. Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
78. Théorème de Rolle. Applications.

79. Inégalité des accroissements finis. Exemples d'applications à l'étude de suites et de fonctions. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

idem

80. Caractérisation des fonctions exponentielles réelles par l'équation fonctionnelle : $f(x+y) = f(x) \times f(y)$. Applications.

81. Résolution des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants sans second membre. Exemples.

82. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle ; définition et propriétés de l'intégrale, inégalité de la moyenne. Applications.

83. Intégration par parties. Exemples de changements de variable. Applications.

84. Diverses méthodes de calcul approché d'intégrales définies. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

85. Exemples d'approximation d'une solution d'une équation différentielle par la méthode d'Euler. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

Liste ORAL 1 session 2010

3 SUJETS ET ANALYSE DES ÉPREUVES ORALES

3.1 Liste des exposés (première épreuve orale)

1. Utilisation d'arbres, de tableaux, de diagrammes pour des exemples de dénombrement. Dénombrement des arrangements et des permutations.
2. Exemples de problèmes dont la résolution fait appel à l'utilisation de graphes, orientés ou non.
3. Coefficients binomiaux, dénombrement des combinaisons, formule du binôme. Applications.
4. Description mathématique d'une expérience aléatoire : événements élémentaires, événements, probabilité (on se limitera au cas où l'ensemble d'événements élémentaires est fini).
5. Probabilité conditionnelle ; indépendance de deux événements (on se limitera au cas où l'ensemble d'épreuves est fini). Applications à des calculs de probabilité.
6. Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini. Loi de probabilité. Espérance mathématique, variance. Exemples.
7. Schéma de Bernoulli et loi binomiale. Exemples.
8. Séries statistiques à deux variables numériques. Nuage de points associé. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
9. Propriétés axiomatiques de $\mathbb{N}$. Construction de $\mathbb{Z}$.
10. Division euclidienne dans $\mathbb{Z}$, unicité du quotient et du reste. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
11. PGCD de deux entiers naturels. Nombres premiers entre eux. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
12. Sous-groupes additifs de $\mathbb{Z}$. Égalité de Bézout. Résolution dans $\mathbb{Z}$ d'une équation de la forme $ax + by = c$.
13. Nombres premiers ; existence et unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Infinitude de l'ensemble des nombres premiers. Exemple(s) d'algorithme(s) de recherche de nombres premiers. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
14. Congruences dans $\mathbb{Z}$. Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.
15. Construction du corps $\mathbb{Q}$ des rationnels. Propriétés.
16. Construction du corps $\mathbb{C}$ des complexes. Propriétés.
17. Module et argument d'un nombre complexe. Interprétation géométrique, lignes de niveau associées. Applications.
18. Interprétation géométrique des applications de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définies par $z \mapsto z + b$, $z \mapsto az$ et $z \mapsto \overline{z}$, où a et b appartiennent à $\mathbb{C}$, a non nul. Exemples d'application à l'étude de configurations géométriques du plan.
19. Étude de la fonction de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par $f : z \mapsto \dfrac{z-a}{z-b}$, où a, b, z sont complexes. Lignes de niveau pour le module et l'argument de la fonction f. Applications.
20. Racines n-ièmes d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Applications.

21. Définition vectorielle d'une droite du plan, d'une droite et d'un plan de l'espace. Représentations paramétriques. Génération des demi-droites, des segments. Parallélisme.
22. Équation cartésienne d'une droite du plan. Problèmes d'intersection, parallélisme. Condition pour que trois droites soient concourantes.
23. Droites et plans dans l'espace. Positions relatives ; plans contenant une droite donnée.
24. Théorème de Thalès. Applications à la géométrie du plan et de l'espace.
25. Définition et propriétés du barycentre de n points pondérés. Application à l'étude de configurations du plan ou de l'espace.
26. Homothéties et translations ; transformation vectorielle associée. Effet sur l'alignement, les directions, les distances... Applications à l'action sur les configurations usuelles.
27. Composées d'homothéties et de translations du plan. Groupe des homothéties-translations. Applications.
28. Projection orthogonale sur une droite du plan, projection vectorielle associée. Applications (calculs de distances et d'angles, optimisation...).
29. Définition et propriétés du produit scalaire dans le plan ; expression dans une base orthonormale. Application au calcul de distances et d'angles.
30. Le cercle. Positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles. Point de vue géométrique et point de vue analytique. Lien entre les deux points de vue.
31. Théorème de l'angle inscrit. Cocyclicité. Applications.
32. Relations métriques dans un triangle rectangle. Trigonométrie. Applications.
33. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle quelconque. Applications.
34. Droites remarquables du triangle : bissectrices, hauteurs, médianes, médiatrices... (dans l'ordre que l'on voudra).
35. Produit vectoriel dans l'espace euclidien orienté de dimension trois. Point de vue géométrique, point de vue analytique. Applications.
36. Applications du produit scalaire et du produit vectoriel dans l'espace orienté : calculs de distances, d'aires, de volumes, d'angles...
37. Orthogonalité dans l'espace affine euclidien : droites orthogonales, droite orthogonale à un plan, plans perpendiculaires. Applications.
38. Réflexion du plan échangeant deux points donnés ; médiatrice, régionnement associé. Applications au triangle et au cercle (cercle circonscrit, angle inscrit...).
39. Réflexions du plan échangeant deux droites sécantes données, bissectrices. Applications au triangle et au cercle (cercle inscrit, tangentes à un cercle...).
40. Recherche des isométries du plan conservant un carré, un losange, un parallélogramme, un rectangle (dans l'ordre que l'on voudra).
41. Rotations planes. Notion d'angle. (On pourra traiter ces notions dans l'ordre que l'on voudra.)
42. Groupe des isométries du plan : décomposition d'une isométrie en produit de réflexions, groupe des déplacements, classification des isométries à partir de l'ensemble des points invariants.
43. Étude des transformations du plan euclidien qui conservent les rapports de distances.
44. Recherche des isométries du plan conservant un polygone régulier ; exemples (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone...).
45. Réflexion de l'espace échangeant deux points donnés ; plan médiateur, régionnement associé. Étude des isométries de l'espace ayant une droite de points invariants.

46. Réflexions et rotations de l'espace. Effet sur les distances, les angles... Applications à l'action sur les configurations usuelles.

47. Courbes définies par des équations paramétriques dans le plan. Vecteur dérivé et tangente ; interprétation cinématique.

48. Définitions de la parabole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions. Construction de la tangente et de la normale en un point.

49. Définitions de l'ellipse, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.

50. Définitions de l'hyperbole, géométriquement et par équation réduite ; équivalence entre ces définitions.

51. Exemples de représentation paramétrique des coniques ; constructions de la tangente et de la normale en un point à une parabole, une ellipse, une hyperbole.

52. Suites monotones, suites adjacentes. Approximation d'un nombre réel, développement décimal. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

53. Suites convergentes. Opérations algébriques, composition par une application continue. Limites et relation d'ordre.

54. Suites divergentes. Cas des suites admettant une limite infinie : comparaison, opérations algébriques, composition par une application.

55. Étude des suites de terme général a^n, n^b et $n!$ ($a \in \mathbb{C}, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*$). Croissances comparées. Exemples de comparaison de suites aux suites précédentes. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

56. Étude de suites de nombres réels définies par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

57. Exemples d'étude de la rapidité de convergence d'une suite réelle $(u_n)_n$ vers une limite ℓ : Cas où $|u_n - \ell|$ est dominé par n^{-a}, par q^n... L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

58. Limite finie d'une fonction à valeurs réelles en un point a de $\mathbb{R}$. Opérations algébriques sur les limites. Continuité d'une fonction en un point. Exemples.

59. Limite à l'infini d'une fonction à valeurs réelles. Branches infinies de la courbe représentative d'une fonction. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

60. Image d'un intervalle par une fonction continue, cas d'un segment. Cas d'une fonction continue strictement monotone.

61. Dérivée en un point, meilleure approximation affine, interprétation géométrique. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

62. Fonctions dérivées. Opérations algébriques. Dérivée d'une fonction composée. Exemples.

63. Fonction réciproque d'une fonction strictement monotone sur un intervalle de $\mathbb{R}$. Étude de la continuité, de la dérivabilité. Exemples.

64. Comparaison des fonctions : domination, prépondérance, équivalence. Exemples et applications.

65. Inégalité des accroissements finis. Exemples d'applications à l'étude de suites et de fonctions. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

66. Théorème de Rolle. Applications.
67. Formules de Taylor. Applications.
68. Développements limités, opérations sur les développements limités.
69. Fonctions polynômes.
70. Fonctions logarithmes.
71. Fonctions exponentielles.
72. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto e^x$, $x \mapsto x^a$ et $x \mapsto \ln(x)$ au voisinage de $+\infty$. Applications. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
73. Caractérisation des fonctions exponentielles réelles par l'équation fonctionnelle : $f(x+y) = f(x) \times f(y)$.
74. Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
75. Applications de la dérivation à l'étude des extrémums éventuels d'une fonction numérique d'une variable réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
76. Primitives d'une fonction continue sur un intervalle ; définition et propriétés de l'intégrale, inégalité de la moyenne. Applications.
77. Intégration par parties, par changement de variable. Exemples et applications.
78. Diverses méthodes de calcul approché d'intégrales définies. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
79. Méthodes d'approximation des zéros d'une fonction numérique réelle. Exemples. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.
80. Étude des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants. Exemples.
81. Exemples d'approximation d'une solution d'une équation différentielle par la méthode d'Euler. L'exposé pourra être illustré par un ou des exemples faisant appel à l'utilisation d'une calculatrice.

ORAL 1 - 2013 (reconduite en 2014)

L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs.
La capacité du candidat à illustrer le sujet par des exemples sera valorisée.

Site MégaMaths : liste des leçons d'oral 1 du CAPES externe de mathématiques relevée sur le site du jury pour la session 2013

1. Résolution de problèmes à l'aide de graphes.
2. Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
3. Variables aléatoires discrètes.
4. Loi binomiale.
5. Loi de Poisson, loi normale.
6. Variables aléatoires réelles à densité.
7. Lois uniformes, lois exponentielles.
8. Lois normales.
9. Marches aléatoires.
10. Séries statistiques à une variable.
11. Séries statistiques à deux variables numériques.
12. Intervalles de fluctuation.
13. Estimation.
14. Multiples, diviseurs, division euclidienne.
15. PGCD, égalité de Bézout.
16. Nombres premiers, décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers.
17. Congruences dans $\mathbb{Z}$.
18. Équations du second degré à coefficients réels ou complexes.
19. Module et argument d'un nombre complexe.
20. Exemples d'utilisation des nombres complexes.
21. Calcul vectoriel.
22. Exemples d'utilisation d'un repère.
23. Résolution de problèmes à l'aide de matrices.
24. Proportionnalité et linéarité.
25. Pourcentages.
26. Systèmes d'équations et systèmes d'inéquations.
27. Droites du plan.
28. Droites et plans de l'espace.
29. Droites remarquables du triangle.
30. Le cercle.
31. Solides de l'espace.
32. Produit scalaire.
33. Théorème de Thalès.
34. Trigonométrie.
35. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle.
36. Problèmes de constructions géométriques.
37. Problèmes de lieux géométriques.
38. Orthogonalité.
39. Suites monotones.

40. Limites de suites réelles.
41. Suites arithmétiques, suites géométriques.
42. Suites de terme général a^n, n^p et $\ln n$ $(a \in \mathbb{R}^{+*}, p \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}^*)$.
43. Suites de nombres réels définies par une relation de récurrence.
44. Problèmes conduisant à l'étude de suites.
45. Limite d'une fonction réelle d'une variable réelle.
46. Théorème des valeurs intermédiaires.
47. Dérivation.
48. Fonctions polynômes du second degré.
49. Fonctions exponentielles.
50. Fonctions logarithmes.
51. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto e^x$, $x \mapsto x^n$ et $x \mapsto \ln x$.
52. Courbes planes définies par des équations paramétriques.
53. Intégrales, primitives.
54. Techniques de calcul d'intégrales.
55. Équations différentielles.
56. Problèmes conduisant à la résolution d'équations différentielles.
57. Problèmes conduisant à l'étude de fonctions.
58. Développements limités.
59. Séries numériques.
60. Séries de Fourier.
61. Transformation de Laplace.
62. Courbes de Bézier.
63. Exemples d'études de courbes.
64. Aires.
65. Exemples d'algorithmes.
66. Exemples d'utilisation d'un tableur.
67. Exemples d'utilisation d'un logiciel de calcul formel.
68. Différents types de raisonnement en mathématiques.
69. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.

P = Piétons

ORAL 1 - 2012

L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs.
La capacité du candidat à illustrer le sujet par des exemples sera valorisée.

1. Résolution de problèmes à l'aide de graphes.
2. Dénombrement.
3. P Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
4. P Variable aléatoire discrète.
5. P Loi binomiale.
6. P Loi de Poisson, loi normale.
7. P Variable aléatoire réelle à densité.
8. P Statistique descriptive à une variable.
9. Séries statistiques à deux variables numériques.
10. Échantillonnage.
11. Estimation, ponctuelle ou par intervalle de confiance, d'un paramètre, tests d'hypothèse.
12. Multiples, diviseurs, division euclidienne.
13. PGCD, PPCM de deux entiers naturels.
14. Égalité de Bézout.
15. Nombres premiers, décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers.
16. Congruences dans $\mathbb{Z}$.
17. Équations du second degré à coefficients réels ou complexes.
18. Module et argument d'un nombre complexe.
19. Transformations planes et nombres complexes.
20. Exemples d'utilisation des nombres complexes.
21. Algèbre linéaire en section de technicien supérieur.
22. Proportionnalité et linéarité.
23. Pourcentages.
24. P Systèmes d'équations et systèmes d'inéquations.
25. Droites du plan.
26. Droites et plans de l'espace.
27. Droites remarquables du triangle.
28. Le cercle.
29. Solides de l'espace.
30. Barycentre.
31. Produit scalaire.
32. Théorème de Thalès.
33. Trigonométrie.
34. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle.
35. Produit vectoriel, produit mixte.
36. Homothéties et translations.
37. Isométries planes.
38. Similitudes planes.
39. Problèmes de constructions géométriques. → Chap 19 du [illegible] CAPES ext 2010 comp 2

40. Problèmes de lieux géométriques.
41. L'orthogonalité.
42. Suites monotones.
43. Convergence de suites réelles.
44. Suites arithmétiques, suites géométriques.
45. Suites de terme général a^n, n^p et $\ln n$ $(a \in \mathbb{R}^{+*}, p \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}^*)$.
46. Suites de nombres réels définies par une relation de récurrence.
47. Problèmes conduisant à l'étude de suites.
48. Limite d'une fonction réelle de variable réelle.
49. Théorème des valeurs intermédiaires.
50. Dérivabilité.
51. Fonctions polynômes du second degré.
52. Fonctions logarithmes.
53. Fonctions exponentielles.
54. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto e^x$, $x \mapsto x^a$ et $x \mapsto \ln x$.
55. Courbes planes définies par des équations paramétriques.
56. Intégrales, primitives.
57. Techniques de calcul d'intégrales.
58. Équations différentielles.
59. Problèmes conduisant à la résolution d'équations différentielles.
60. Problèmes conduisant à l'étude de fonctions.
61. Développements limités.
62. Séries numériques.
63. Séries de Fourier.
64. Transformation de Laplace.
65. Courbes de Bézier.
66. Exemples d'études de courbes.
67. Aires.
68. Exemples d'algorithmes.
69. Exemples d'utilisation d'un tableur.
70. Les différents types de raisonnement en mathématiques.
71. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.